

II-371

横流式沈澱池内の濁度密度流と死水の解析

九州工業大学 正 員 藤崎一裕

九州工業大学 学生員 向井保紀

日本通運 正 員 西 政秀

九州大学工学部 正 員 粟谷陽一

1. まえがき

筆者らは、さきに横流式沈澱池内の濁度密度流について検討し、境界層近似を用いた基礎方程式が、実測値を再現しうることを示した。¹⁾

しかしながら、密度流効果が大きく、池内に死水を生じる場合には、通常の解法で基礎式の数値解を求めることが困難となる。そこで本報では、積分モーメントの手法を用いて、死水を生じるような濁度密度流現象について検討した。

2. 基礎式及び解法

図1のように座標軸をとり、この場合の基礎式として以下の式を用いる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_m \frac{\partial c}{\partial z} + w_s c \right) \quad (4)$$

$$\rho = c \rho_s + (1-c) \rho_f = \rho_f + c(\rho_s - \rho_f) \quad (5)$$

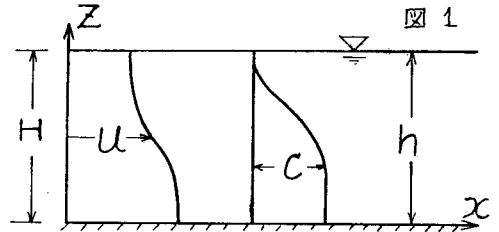
ここに、 p ：圧力、 ν_t ：渦動粘性係数、 ν_m ：渦拡散係数($\nu_t = \nu_m$ とした)、 w_s ：粒子沈降速度、 ρ_s 、 ρ_f ：粒子及び流体の密度、 c ：粒子濃度(体積基準)である。

$$(2) \text{ 式より } p = \int_z^h \rho g dz$$

$$\therefore \frac{\partial p}{\partial x} = \int_z^h \frac{\partial}{\partial x} \rho g dz + \rho g \frac{dh}{dx} \quad (6)$$

となる。上式を用いて、基礎式を整理すると、

$$\begin{aligned} \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = & -\frac{1}{F_{dc}^2} \int_z^h \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} d\bar{z} \\ & -\frac{1}{F_{dc}^2} \frac{dh}{dx} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\nu}_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (7)$$



$$\frac{d}{dz} \int_0^h \bar{u} d\bar{z} = 0 \quad (8)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{\nu}_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} + \bar{c} \right) \quad (9)$$

ここに、

$$\bar{x} = \frac{x}{H}, \bar{z} = \frac{z}{H}, \bar{u} = \frac{u}{U_0}, \bar{w} = \frac{w}{w_0}, \bar{c} = \frac{c}{c_0} \\ F_{dc} = \frac{U_0}{\sqrt{\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_f} c_0 g H}}, F_d = \frac{U_0}{\sqrt{g H}}, \bar{\nu}_t = \frac{\nu_t}{w_0 H} \quad (10)$$

であり、 U_0 、 C_0 は流出口における値を表す。

(7)、(8)、(9)式がこの場合の基礎式であり、(7)式右辺第1項が密度流の発生に直接関係する項である。

基礎式の数値解は、差分法により求めることができるが、池内に死水を生じるような場合には、水面の死水発生点が特異点となり、通常的手法では解析が困難となる。この特異性は、運動方程式に境界層近似を用いたことに起因している。しかし、ここで対象としている現象の特徴は、境界層近似を用いることにより十分に表現できるものと考えられる。

そこで、池内の粒子濃度分布や流速分布に分布形を仮定して、分布のパラメータを流下方向に求めていく手法を採用した。類似の手法は、平板上の境界層の浅い剝離を伴う流れの解析等に利用されている。²⁾

次頁に示すように、濃度分布を2つの2次曲線と一定値の部分で、流速分布を定数部分と3次曲線と

$$C = \begin{cases} 0, & (z > z_1) \\ a_1(z-z_1)^2 + b_1, & (z_5 \leq z \leq z_1) \\ a_2(z-z_2)^2 + b_2, & (z_2 \leq z \leq z_5) \\ 1, & (z < z_2) \end{cases} \quad (11)$$

$$u = \begin{cases} u_c + \frac{2}{3}\alpha\zeta^3, & (z > z_u + \zeta) \\ u_c + \frac{1}{3}\alpha(z-z_u)^3 - \alpha\zeta^2(z-z_u), & (z_5 \leq z \leq z_u + \zeta) \\ u_c - \frac{2}{3}\alpha\zeta^3, & (z < z_5) \end{cases} \quad (12)$$

近似して、パラメータ $a_1, a_2, Z_0, Z_1, Z_2, b_1, b_2, u_c, \alpha, \zeta, Z_u$ を求める。境界条件及び各曲線の接続条件を考慮して、パラメータを整理した後、積分モーメント法により数値解を求めた。つまり、(7)、(8)、(9)式の両辺に Z^i をかけて、 $\int_{-1}^1$ 全水深にわたって積分することにより、未知パラメータの微係数に関する一次式を得る。これらの式を連立させて、次々に流下方向の u, c を求めた。

3. 計算結果と考察

図3に粒子濃度分布と流速分布の計算例を示す。図3-1では、発達した密度流のために粒子が下流まで運ばれている様子が、また図3-2には死水域内の循環流の様子等が示されている。図3-3は、水面の流速 $\bar{u}_a$ と底部の流速 $\bar{u}_b$ の流下方向の変化を示した。また図4は、図3-2と同様に密度流速の発達、減衰の様子を示す。粒子沈降が $x=2$ 程度で終了するのに対して、流速分布に対する密度流の効果はかなり下流まで残っていることがわかる。

図5に実験値との比較例を示す。実験は幅2.0cm 長さ5m、水深6.5cmの水路で行い、懸濁粒子には豊浦産標準砂を用いた。(実験の詳細は前報¹⁾と同じ) 電磁流速計で流速分布を求めるのと同時に染料等を用いて可視化により死水域を求めた。図5中で太線で示す部分が、観測された死水領域である。破線で示した計算値は、実測値と比べて、下流部で少し差を生じているが、大体的様子は実測値に近い値を示している。終わりに、実験に協力された九州工科大学院生の小野敏孝君に感謝する。

参考文献

- 1) 藤崎、西、白浜、粟谷：土木学会第41回年講 1986、pp.247-248
- 2) 谷一郎：流体力学の進歩・境界層、丸善、1984、p.19

