

II-345

# 湖沼生態系の数理モデルの解の性質特性

東工大 学生員 神田 学  
東工大 正 員 日野 幹雄

## 1) はじめに

近年富栄養化現象などの環境管理上重要な問題を解析するために、コンピュータにより複雑な湖沼生態系を数学モデルで表現しようとする試みがなされている。しかし、それらの多くは現実のシュミレーションを目的としたもので、パラメータを適切に選定し、ある特定の湖沼の観測データに定量的な検討を加えたものである。そのため特異な地域性によらず生態系が基本的に取り得る様々な一般的性質ないしは複雑な生態系方程式の解の特徴については明らかになっていないし、その様な立場からなされている基礎的な研究もない一方、簡単な（1、2次元）生態系方程式については、解がカオスと呼ばれる複雑な挙動を示す場合のあることが知られている。本研究における高次元の生態系モデルは、既存データとの対応を前提とした狭義の定量的シュミレーションではなく、パラメータの可能な範囲内で現実的なケースは勿論、非常に極限的と思われるケースも含んで複雑な生態系が取り得る可能性のある解を分類することに主眼を置いた。

## 2) 富栄養化モデル

モデルの概要は図1に示した通りで、DO、湖内BOD、栄養塩、植物プランクトン、嫌気性細菌、好気性細菌の6成分を考慮した。特に好気性細菌と嫌気性細菌を区別してモデルに組み込んだ点が新しい試みと言えるであろう。モデル式は（1）の生物増殖式と質量保存則を基本に各成分の相互作用を加味した6つの常微分方程式から成る。 $DP/DT = \mu \cdot P \dots (1)$   $P$ ・生物濃度  $\mu$ ・増殖率  
定式化にさいしては以下のようにした。

- 1) 場は均一な混合層を仮定する。
  - 2) 外的因子は日射・流入BODのみで、外的因子の擾乱に起因する系の振動現象を除くため、何れも定常流入とする。
  - 3) 各増殖率はCONTOLIS・日野型の関数を用いる。
  - 4) 日射阻害項として指数型関数を用いる。
  - 5) 嫌気性と好気性細菌については、最大分解能力比を定め（1：10）嫌気性細菌は直接的には酸素の制限を受けないものとして識別する。
- これらをルンゲクッタ法で数値計算した結果を図2に示す。解は定性的に（A）好気性タイプ（C）嫌気性タイプ、

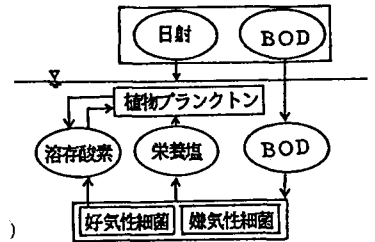


図-1 富栄養化モデル概要

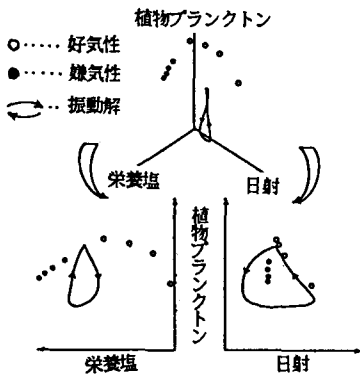


図-3 成分の位相関係

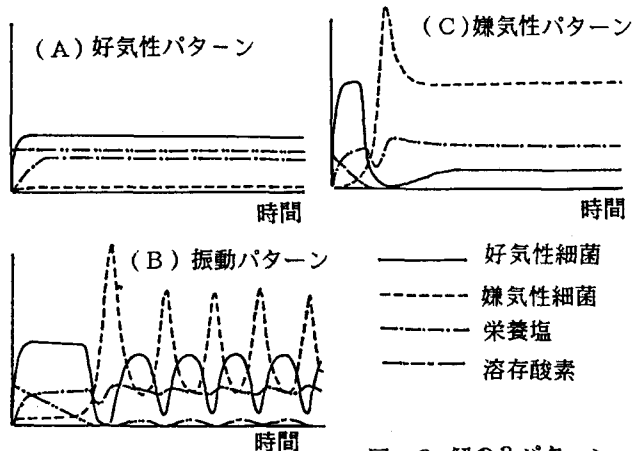


図-2 解の3パターン

およびその中間で現れる（B）振動タイプに分けられた。タイプ（B）は、外的条件が一定であるにもかかわらず内部の相互作用のみによって自励的な振動を示す興味深いものである。これらのパターン機構を明らかにするため各成分の定常値の位相関係をみてみた。

例えば図3は日射・植物プランクトン

・栄養塩の定常値の位相関係を示したものであるが、3タイプの分布が3次元空間内で明瞭に位置づけられており、各因子が各パターンにどの様に関与しているかが分かる。他成分についても同様にみていった結果自励振動は湖内BODおよび植物プランクトン自身の日射阻害が大きな要因になってることなどが明らかになった。

また流入するBODレベル（L）だけをかえて、それに対する各成分の定常値をプロットするとその様子は、図4に示したような2タイプに分けられる（図4はLに対する好気性細菌の定常値を取った）。左図は好気性タイプと嫌気性タイプの中間に振動解が現れており、その中間域を除けば定常値が連続的に変化している場合である。右図は振動解が現れず、定常値が好気性・嫌気性の中間で非常に不連続的に変化している場合である。この違いは、細菌分解能力と日射阻害の均衡関係による。

### 3) 多年令魚モデル

ここでは3年齢魚と被食者としての動物プランクトンの計4成分を考えた。定式化は、増殖式（1）と多年令生物に用いるフォレストーの式（2）を基本に、CONTOIS・日野型の増殖率を使い、1年間隔で差分化して生物数の巨視的挙動を追った。

$$DP/DT + DP/DA = -\varepsilon \cdot P \quad \dots (2)$$

A : 年齢、 $\varepsilon$  : 死亡率

結果としてここでは魚の産卵率（Rであらわす）のみを変えていったときの、それにともなう解の1連の変化の様子を示す。図5は2成分の位相関係と1成分の時間変化を対応させて示した模式図だが、パラメターの増大と共に解は、2周期・4周期・8周期と2のN乗で分岐していき、最終的には図6のようになる。これは、解が1定領域内で、収束も発散もせずに動きまわる準安定な状態を示しており、一般にカオス現象と呼ばれている。図7は、変動パラメターと解の平衡値の関係を表したもので、パラメターの増大と共に解が周期分岐し、カオス領域にはいる様子が分かる。

### 4) 結び

高次元の生態系方程式の解の特徴を調べたが、今回のモデルにおいては、成分数の増加は現象を安定化する方向には働いておらず、外的なインプットが一定という条件の下でも複雑な挙動を示し得る事がわかった。今後は、このようなコンピューター模擬実験の結果を検証できる、統一的な実測データの蓄積を待つと同時に、方程式自身も更に検討していく必要がある。

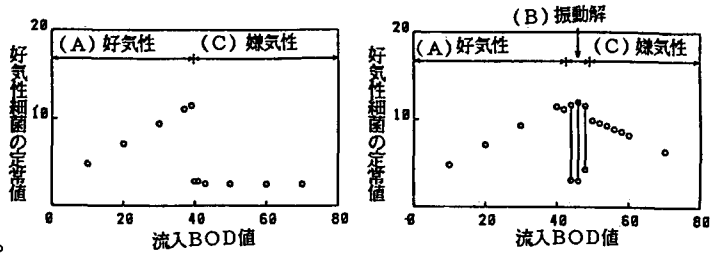


図-4 流入BODに対する定常値

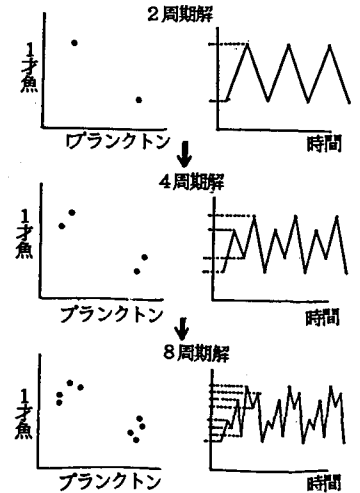


図-5 解の変化の模式図

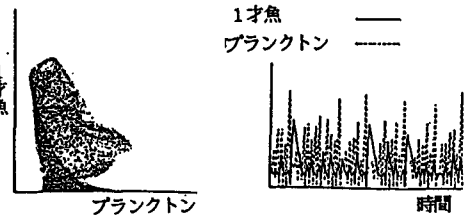


図-6 カオス

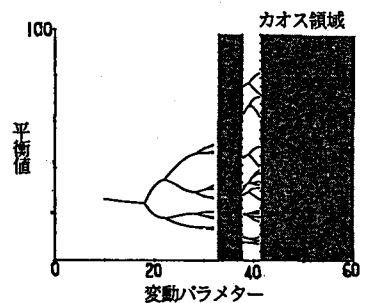


図-7 解の分岐ダイアグラム