

II-320 二段階陽的有限要素法による津波伝播解析

中央大学 学生員 ○木下 勝尊
 中央大学 正 員 川原 睦人
 佐藤工業 正 員 児玉 敏雄

1. はじめに

津波は、地震による海底の隆起、陥没などによってひき起こされる。沿岸の地形によっては10mを越えるような波高になることがあり、大きな被害を及ぼす。そこで、津波防災施設を整備し、人や船舶が安全に避難できる体制を整えるためには、津波の伝播を予測しておく必要がある。著者らは、二段階陽的有限要素法を用いて津波の伝播解析を行う。さらに、無限遠方に伝播する波動の影響を考慮するため、開境界処理の一手法として、浅水長波方程式に対する一般解を開境界に接続する方法を提案している。本手法は、解析領域を内部領域と外部領域に分け、内部領域に有限要素法を、外部領域に一般解を用いる方法であり、両者の解の接続を自然境界条件（連続条件）に一般解を導入することによって行うものである。

計算例として、1968年に発生したマグニチュード7.8の十勝沖地震による津波の伝播解析を報告する。

2. 基礎方程式

図-1に領域平面を示す。解析領域を Ω とし、境界 Γ_c によって内部領域 Ω_i と外部領域 Ω_o に分ける。 Γ_s は壁面、 Γ_∞ は無縁遠方の仮想境界を表す。このとき、支配方程式は次式の線形化された浅水長波方程式で与えられる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} &= 0 \quad \text{in } \Omega \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + h \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 u 、 v は平均流速、 η は水位変動量、 g は重力加速度、 h は水深である。また、壁面における境界条件は完全反射の条件とし、境界 Γ_c 上では、領域 Ω_i と Ω_o の解がお互いに一致するということから、次式の連続条件が与えられる。

$$\begin{aligned} u - \bar{u} &= 0 \\ v - \bar{v} &= 0 \quad \text{on } \Gamma_c \\ \eta - \bar{\eta} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\bar{\eta}$ は領域 Ω_o の一般解であり、時間方向に角振動数 ω 、空間方向に波数 k で表される次式とする。

$$\begin{pmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{\eta} \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} gk_x \\ gk_y \\ Ck \end{pmatrix} e^{-i\omega t} e^{i(k_x X + k_y Y)} \quad (3)$$

ここに、 a は未定定数、 C は波速、 k_x 、 k_y は x 軸、 y 軸方向の波数である。

3. 有限要素法による離散化と計算技法

支配方程式(1)と連続条件(2)は、重み付き残差法を用いて重み付き残差方程式に変換される。ここで、式(1)に対しては部分積分を行い、境界積分項を導出する。次に、流れの場合 Ω_i を多数の三角形要素に分割

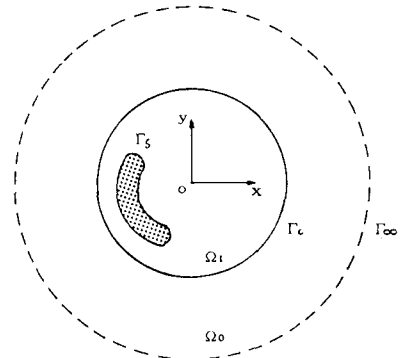


図-1 領域平面図

し、要素内で u , v , η の分布を x と y の一次式で近似する。一般解(3)の未定定数 a は、連続条件より境界 Γ_c 上の内部解 η を用いて次式で表すことができる。

$$a_\beta = \frac{S_\beta}{Cke^{-i\omega t}} \eta_\beta \quad (\beta = 1, 2) \quad (4)$$

ここに、 S_β は係数マトリックスである。式(4)を離散化された支配方程式に代入し、最終的なマトリックス方程式に帰着させる。このマトリックス方程式の時間積分には、二段階陽的解法が用いられ、各時刻における u , v , η が計算される。

4. 計算例

1968年、十勝沖でマグニチュード7.8の地震が発生し、約20～60分の間に北海道および東北の太平洋沿岸に顕著な津波が来襲した。波源域は短軸 100km、長軸 240kmの長円で、長軸はNWからSEに走っている。また、津波初動の押しと引きから波源域での海底変動を推測することができ、隆起と陥没の両方があったと考えられる。初期条件となる海表面の変化は、この海底地盤の変動と同じにする。さらに、海底地盤の変位は、波源域の拡がりに比べて小さいため、変動が瞬時にあったと仮定する。

観測記録と計算結果を第一波の高さで比較したものが図-2である。図-3は水位変動を三次元で表したものである。

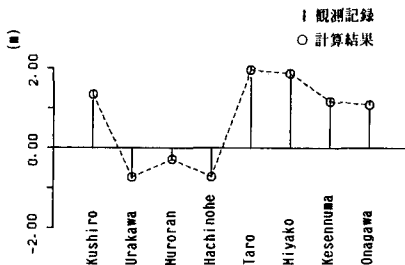


図-2 第一波の高さ

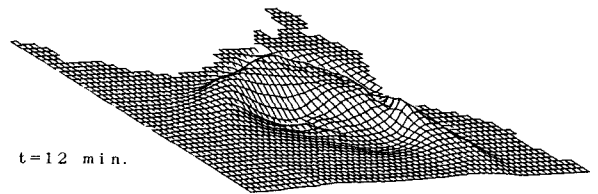
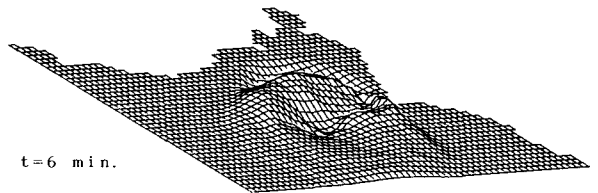
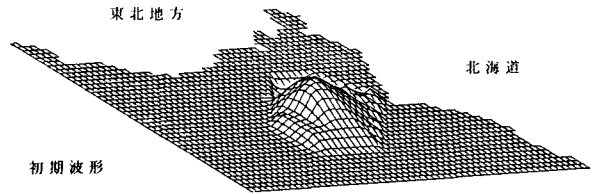


図-3 水位の三次元図

5. おわりに

有限要素法を用いた、津波の伝播解析を報告した。第一波の高さを比べたものでは、計算結果が観測記録によく一致しており、本手法の適応性が示された。また、開境界処理により内部領域の波が外部領域へ自然に伝わっていくのが数値的に解析できた。

参考文献

- 1) 岸, "津波-北海道東北沿岸-", 1968年十勝沖地震調査報告 pp.207~214
- 2) 後藤, "津波数値計算", 水工学シリーズ 86-B-3