

II-319 停止波先端の底面境界層の数値計算

東北大学大学院 学生員 ○ 藤間功司

東北大学工学部 正会員 首藤伸夫

1. はじめに

津波やダム破壊流れが構造物に及ぼす波力を算定するためには、特に先端付近の波形や流速分布、さらに加速度などを詳細に知る必要がある。そのため著者らは、特に長波がドライベッド上を進行する場合に着目し、その内部機構を明らかにするとともに数値計算に取り入れる研究を進めており、既に底面走行式水路を用いた水理実験を行っている¹⁾。本論文では、水理実験の補足として $k-\epsilon$ モデルによる数値計算を行い、LDVを用いた乱流計測の結果との比較を行う。

2. 計算方法

波先端部の流況と記号の定義を図-1に示す。(実際には底面は一樣勾配 θ で傾いている。)ここで現象は定常であり、底面において流速 U_B (固定座標系で見たときの断面平均流速) を持つ。計算を行ったのは、 $\theta=6.3^\circ$ 、 $U_B=184\text{cm/s}$ のケースである。

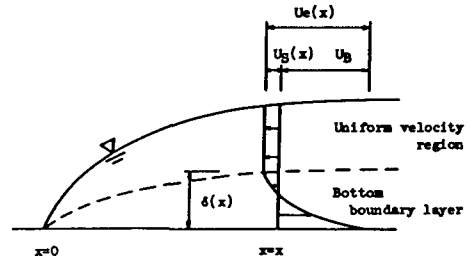


図-1 記号の定義

計算領域は $x=10\text{cm}-50\text{cm}$ 、 $y=0.025\text{cm}-3\text{cm}$ で、等間隔に区切り、計算には差分法を用いた。 $\Delta x=0.5\text{cm}$ 、 $\Delta y=0.05\text{cm}$ である。計算点はすべて境界層外層に位置すると見なす。また、本計算の範囲では $y=3\text{cm}$ より上では流れはほぼ一様であるので、計算は不要であると考えた。

数値計算に用いた基礎式は次式(1)-(5)である。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = g \sin \theta - g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right] \quad (1)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \epsilon + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = C_{\epsilon 1} k \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4) \quad \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (5)$$

ここで、 $C_\mu=0.09$ 、 $\sigma_k=1.0$ 、 $\sigma_\epsilon=1.3$ 、 $C_{\epsilon 1}=1.44$ 、 $C_{\epsilon 2}=1.92$ で、 h は水深を表し、実測値を用いた。計算は式(1)-(3)の局所項が十分小さくなるまで繰り返される。初期値は、水理実験の結果から

$$\frac{U_s + u}{u_*} = \begin{cases} 0 & (y/\delta > 1) \\ -6.6 \log_{10} \frac{y}{\delta} & (y/\delta < 1) \end{cases} \quad (6) \quad \frac{\overline{u'^2}}{u_*^2} = \begin{cases} 0.12 & (y/\delta > 1.09) \\ (1.2 - \frac{y}{\delta})(3.5 - 2.2 \frac{y}{\delta}) & (y/\delta < 1.09) \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\overline{u'v'}}{u_*^2} = \begin{cases} 0 & (y/\delta > 1.1) \\ (1 - 0.9 \frac{y}{\delta})(1 - 0.5 \frac{y}{\delta}) & (y/\delta < 1.1) \end{cases} \quad (8)$$

の近似式を得ているので、 u を式(6)、 v を式(4)から求めた。また k は、式(7)を参考に

$$k = \begin{cases} \frac{0.12}{4.2 \sqrt{C_\mu}} u_*^2 & (y/\delta > 1.09) \\ \frac{u_*^2}{4.2 \sqrt{C_\mu}} (1.2 - \frac{y}{\delta})(3.5 - 2.2 \frac{y}{\delta}) & (y/\delta < 1.09) \end{cases} \quad (9)$$

とした。 ϵ の初期値は、式(5)、(8)、(9)から計算される。

境界条件は、最も底面から離れた計算点においては

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad k = \epsilon = 0, \quad (10)$$

底面では一種のWall function methodを用いた。すなわち、最も底面に近い計算点のy座標を y_1 として、

$$\frac{U_s + u}{u_*} = -A \log_{10} \frac{y_1}{\delta}, \quad k = \frac{u_*^2}{\sqrt{C_u}}, \quad \epsilon = \frac{A u_*^3}{\ln 10 y_1} \quad (11)$$

とした。これは、Wall function methodを壁法則から速度欠損則に書き換えたものである。 u_*^2 は、底面におけるレイノルズ応力の値として補外して求めた。定数Aは底面に近い数点から当てはめ、実際には6.3～6.7の範囲の値であった。

$x=10\text{cm}$, 50cm における値は、相似則が成立する条件から代表的な速度スケール、長さスケールが x のべき乗で変化する、流速分布などの関数形も狭い範囲ではべき乗で近似できると仮定して $U_s + u$, k , ϵ を境界近傍で x のべき乗で当てはめ、補外して求めた。

3. 計算結果

計算結果を図-2, 3, 4に示す。いずれもプロットした点が実験値、実線が計算値を示す。

図-3, 4の+印は、 U_s の異なる場合の実験値である。また、図-4において底面摩擦係数 $f = 2u_*^2/U_s^2$ である。いずれも定性的には実験結果と良く一致していると言えよう。これから、ドライベッド上を進行する波の底面境界層の機構が、通常の境界層近似では説明しうるものであることが分かり、水理実験から示された乱流平板境界層との類似性も根拠のあるものと確認された。また、静水圧近似を使わず、 y 方向の運動方程式を用いた計算も行ったが、図-2の結果とほとんど変わらなかった。

参考文献

1) 藤間・首藤；底面走行式水路を用いたサージフロントの底面摩擦，第33回海溝

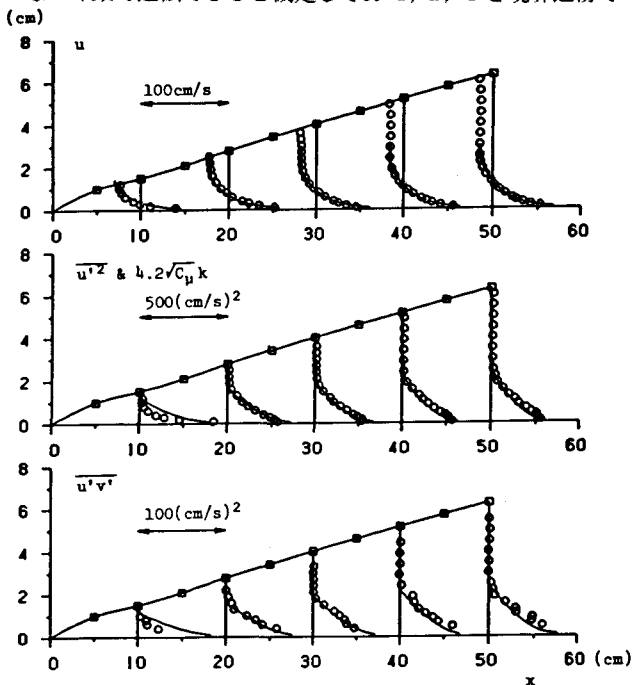


図-2 計算結果

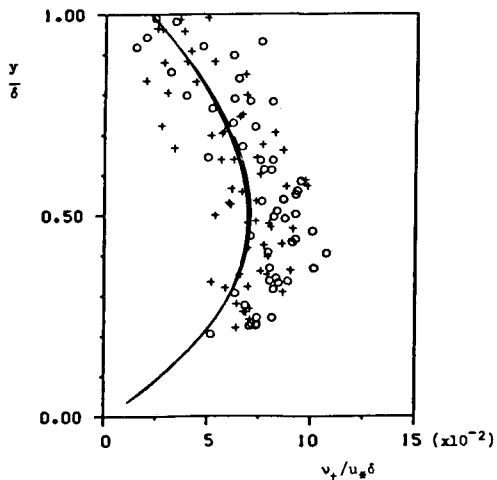


図-3 渦動粘性係数

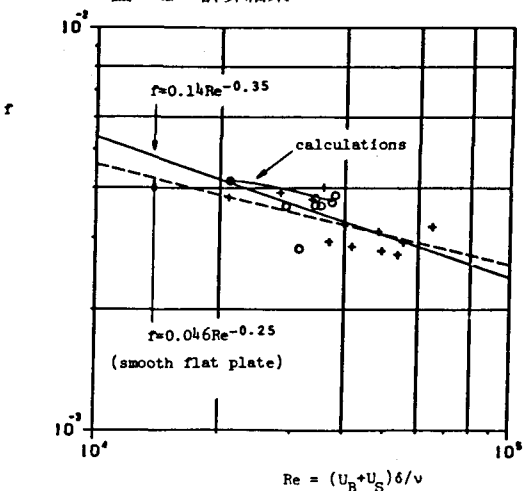


図-4 底面摩擦係数