

II-317 浅水長波境界要素法解析における精度の検討

佐藤工業(株) 正会員 〇歌川紀之 金子典由
 中央大学 正会員 川原睦人

はじめに

著者らは浅水長波の境界要素法解析手法の開発を行ってきた。境界要素法は無限に広がる水域の解析やデータ作成の簡易な点で有限要素法等の解析手法に比較して有利である。現在のところ著者らは、円形障害物廻りの回折散乱問題や水槽内の波動問題の計算を行い良好な結果を得てきた。本研究では比較的周期の長い潮汐等の実現象へ応用するため、事前に長周期での精度や最適なメッシュ間隔を検討した。本報告では長方形水槽モデルを用い、精度の検討を行なった。その結果より精度に影響を与える2, 3の因子が判明した。

浅水長波の境界要素法解析手法¹⁾

粘性を考慮した浅水長波方程式を用いる。慣性項、コリオリ項、底面摩擦項は無視する。また、流速・水位上昇は周期的に変動するものと仮定する。境界積分方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{1}{i\omega} u_{\kappa} + \int_{\Gamma} t_{\kappa i}^* u_i d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{\kappa i}^* t_i d\Gamma$$

$$t_{\kappa i}^* = \{-g\eta_{\kappa}^* \delta_{ij} + \nu(u_{\kappa i,j}^* + u_{\kappa j,i}^*)\} n_j$$

$$u_{\kappa i}^* = \xi(R)\delta_{\kappa i} + \chi(R)\frac{dR}{dX_{\kappa}} \frac{dR}{dX_i}$$

$$\xi(R) = \frac{-i}{4C_2^2} [H_0^{(2)}(\frac{\omega}{C_2}R) + \frac{C_2^2}{\omega R C_1} H_1^{(2)}(\frac{\omega}{C_1}R) - \frac{C_2}{\omega R} H_2^{(2)}(\frac{\omega}{C_2}R)]$$

$$\chi(R) = \frac{-i}{4C_2^2} [H_2^{(2)}(\frac{\omega}{C_2}R) - \frac{C_2^2}{C_1^2} H_2^{(2)}(\frac{\omega}{C_1}R)]$$

$$\eta_{\kappa}^* = \frac{-h}{4C_1^2} H_1^{(2)}(\frac{\omega}{C_1}R) \frac{dR}{dX_{\kappa}}$$

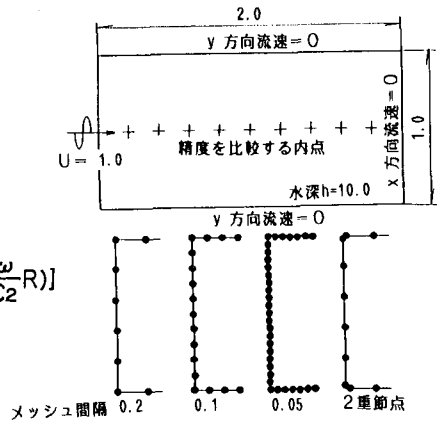


図-1 解析モデル図

U_i は流速、 η は水位上昇、 t_j はトラクション、*は基本解、 g は重力加速度、 ω は角周波数、 ν は粘性係数、 h は水深、 $C_1 \cdot C_2$ は波速、 $H_n^{(2)}$ はn次第2種ハンケル関数、 R はsource点と観測点の距離を示す。この方程式を用い境界での流速・トラクションを求め、次に内点式より領域内部の流速・水位上昇を求める。

長方形水槽モデルによる精度の検討

精度に影響を与える因子として、角周波数・粘性係数等の物性や要素分割、角点部の解析モデル等が考えられる。そこでこれらをパラメーターとして長方形水槽モデルの解析を行なった。解析モデルを図-1、解析ケースを表-1に示す。片端で流速振幅1の正弦波を与え、内部の9点で流速を計算し、厳密解と比較する。誤差をメッシュ間隔 0.05, 0.2 および角部に2重節点をもちいたケース毎にまとめ表-2~表-4にまとめる。ここで網かけ部分は誤差3%以下のケースである。

精度に影響を与える因子

1) 物性 角周波数の無次元数 ω^* として波長・水槽長比を用い、 ω^* と誤差との関係を図-2に示す。水槽長に比較し入力波長が長くなると精度が低下し、 $\omega^* = 100$ では誤差が13%となる。また、固有周期($\omega^* = 2$)においても精度は低下する。全ケースで粘性係数を小さくとると精度は低下する。

2) 要素分割 メッシュ間隔と誤差の関係を図-3に示す。メッシュ間隔を小さくとると精度は向上する。特に長周期低粘性($\omega = 0.31416$, $\nu = 0.1$)ではメッシュ間隔を1/4にとると誤差は1/4となる。

3) 角点の解析モデル 表-4に示すように2重節点による角点の解析モデルを用いると精度が向上する。特に長周期低粘性($\omega=0.31416$, $\nu=0.1$)のケースについては誤差42.02%(x,y方向流速固定)が2.68%となる。原因として2重節点による解析モデルを用い、図-4に示すようにトラクションの角部での分布が正確に計算され、精度が向上したものと考察される。しかしながら、精度の良好であった高粘性域では精度が下がっているので使用法について今後検討が必要である。

まとめ

浅水長波の境界要素解析手法の精度を検討した。長周期域において精度の低下が認められた。対策として要素をさらに細分割すること、さらに角点部において2重節点を用いることにより解の精度は向上することが判明した。今後、最適なメッシュ間隔の把握、外部問題についての精度の検討を行なっていく予定である。

参考文献

1) 金子, 歌川, 川原: 境界要素法による周期的浅水長波流れの解析, 構造工学における数値解析法シンポジウム第10巻, 1986

表-1 解析ケース一覧表

解析ケース	
物性値	角周波数 0.314, 3.14, 31.4 粘性係数 0.1, 1.0, 10.0
メッシュ間隔	0.2, 0.1, 0.05
角点の解析モデル	x,y 方向の流速=0, 2重節点

表-2 内点流速の誤差(メッシュ間隔0.05)

		角周波数			max(%)	AVE(%)	
		31.4159	3.14159	0.314159			
粘性係数	0.1	10.26	2.71	29.67			
	1.0	8.86	0.45	8.97	0.24	0.19	0.30
		0.15	0.04	0.11			
10.0	0.03	0.10	0.10				
	0.01	0.01	0.02				

表-3 内点流速の誤差(メッシュ間隔0.2)

		角周波数			max(%)	ave(%)	
		31.4159	3.14159	0.314159			
粘性係数	0.1	59.92	94.58	132.97			
	1.0	49.13	22.35	42.02	3.72	1.87	44.96
		2.33	0.49	13.37			
10.0	0.23	0.29	0.45				
	0.14	0.06	0.15				

表-4 内点流速の誤差(2重節点/間隔0.2)

		角周波数			max(%)	ave(%)	
		31.4159	3.14159	0.314159			
粘性係数	0.1	10.51	2.12	11.49			
	1.0	8.12	1.01	2.68	2.91	2.34	2.42
		2.14	1.13	1.12			
10.0	6.92	3.77	2.34				
	5.53	2.84	1.06				

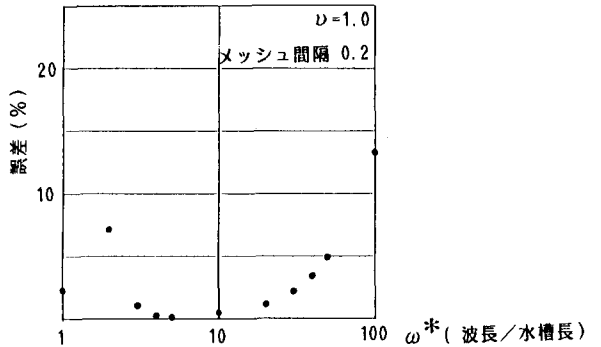


図-2 角周波数と誤差の関係

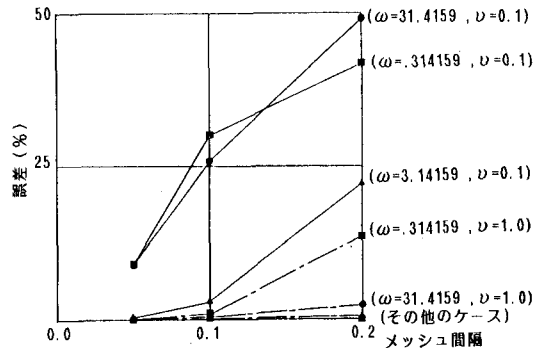


図-3 メッシュサイズと誤差の関係

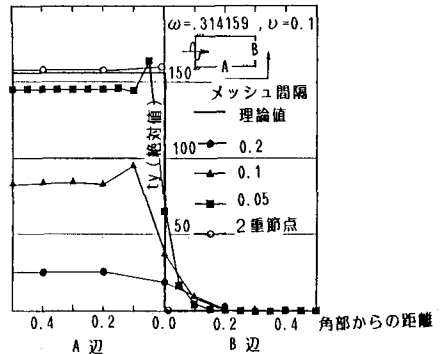


図-4 角部でのトラクションの分布