土木学会第42回年次学術講演会（昭和62年９月）

II-316

適応型有限要素法による線形水面波動問題の解析

広島工業大学　正会員　樫山和男
中 央 大 学　正会員　川原睦人

１。はじめに

近年、数値解析の分野において問題となってきているものに計算結果の評価方法の確立がある。これは、例えば水面波動問題の解析においては、構造物の幾何学的形状や境界条件などが複雑になってくると、計算結果の評価を行なうことが困難になってくる場合が多く生じてきたためである。そして、この問題点を解決すべく、適応型計算法(adaptive method)[1] が提案され、構造物による波の回折散乱問題などにも著者らによって適用が行なわれている[2),3)]。 この方法は、有限要素法による離散化誤差を評価し、要素分割を誤差が最小になるように自動的に再分割して解析を行なう方法である。本報告では、湾水振動や港内静穏度などの問題に適応型有限要素法を適用することについて検討を行なう。

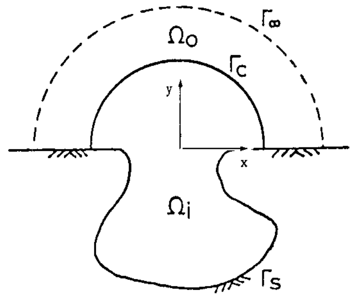
２。基礎方程式と誤差測度

基礎方程式と境界条件は次のようである（図－１参照）。

$$(CC_g \eta_{,i})_{,i} + \omega^2 (C_g/C)\eta = 0 \quad \text{in } \Omega \qquad (1)$$

$$\eta_{,i} = -ik(1 - K_r)/(1 + K_r) \quad \text{on } \Gamma_s \qquad (2)$$

$$\lim_{r\to\infty} \sqrt{r}(\eta_{sc,r} - ik\eta_{sc}) = 0 \quad \text{on } \Gamma_\infty \qquad (3)$$



図－１　領域定義図

ここに、η:合成波の振幅関数、C:波速、C_g:群速度、ω:角振動数、i:虚数単位、k:波数、K_r:反射率、η_{sc}:散乱波の振幅関数、r:構造物（散乱源）からの距離、$,_i$:水平方向座標に関する偏微分である。また、Ω:解析領域、Γ_s:構造物境界、Γ_∞:無限遠方の仮想境界である。

上記の境界値問題に対して、解析領域Ωを水深変化を考慮する内部領域Ω_iと水深一定を仮定する外部領域Ω_oとに分け、内部領域Ω_iには三節点三角形の線形要素を用いた有限要素法、外部領域Ω_oには固有関数展開表示された解析解を用いる結合解法によって解析を行なう。

有限要素法による離散化誤差としては補間誤差を用い、各要素における誤差測度E_eを次のような量で定義する。

$$E_e = \left[\int_{\Omega_e}\{(v_h - \eta)_{,i}\}^2 d\Omega\right]^{1/2} \qquad (4)$$

ここに、ηは厳密解、v_hはηの補間関数であり、eはe番目の要素を表わす。

３。適応型有限要素法の適用法

有限要素分割の最適化問題を、各要素の誤差測度Eeに関する Min Max 問題として議論する[1]。

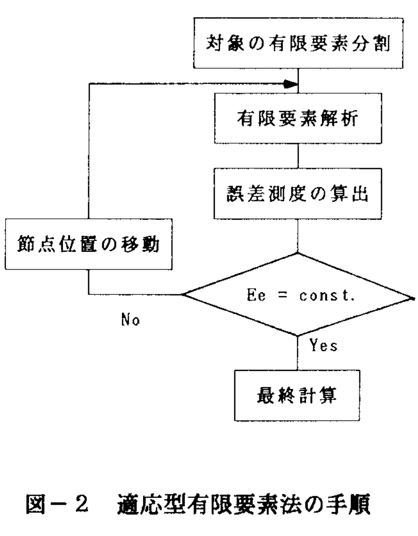
$$\mathrm{Min}_{\,design}\ \mathrm{Max}_{\,e=1,\ldots,N_e}\ E_e \qquad (5)$$

ここに、N_eは要素総数を表わす。そして、(5)式に対する必要条件は次のように与えられる。

$$E_e = \mathrm{constant} \quad ; \ e=1,\ldots,N_e \qquad (6)$$

すなわち、解析領域内の各要素の誤差測度が一定になるように、要素の形と節点の位置を変形移動することによって最適化が実現される。

(5)式を実現させるための方法は、一種の反復法であり、図－２に適応型有限要素法のフローチャートを示す。

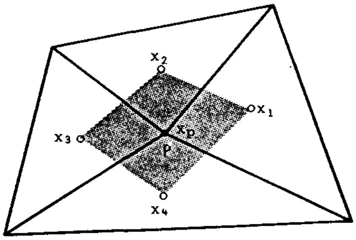


図－２　適応型有限要素法の手順

節点の移動方法としては、差分法の格子の平滑化手法を重み付き手法に一般化した次式を用いる（図－３参照）。

$$x_p = \sum_{e=1}^{Mn} (E_e/A_e^{m})\, x_e \Big/ \sum_{e=1}^{Mn} (E_e/A_e^{m}) \qquad (7)$$

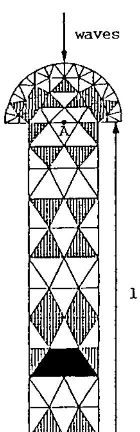
ここに、x_pは節点pの新しい節点、Mnは節点pに接続する要素の数、E_e、x_e、A_eは、それぞれ接続する要素Ω_eの誤差測度、重心位置と面積である。また、mは要素の平滑化のためのパラメータであり、m=0.5を用いている。(7)式に従えば、図－３においてハッチした領域内で節点は移動することになる。



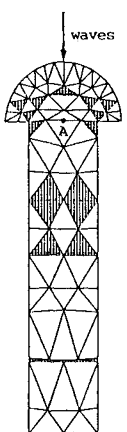
図－３　節点の移動方法

４。数値計算例

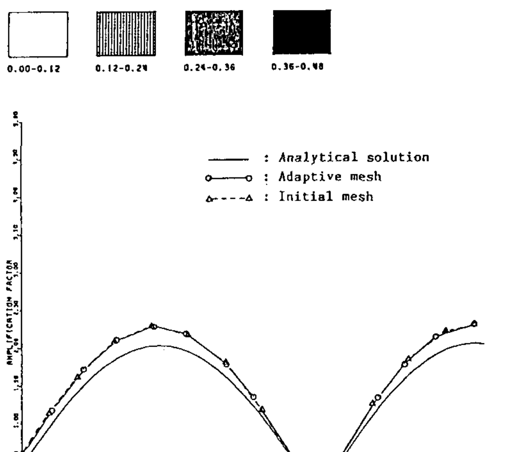
例題としては、図－４に示す一定水深長方形湾の湾水振動の解析を行なった。図－４は、kl=4.5（k:波数、l:湾奥長）の場合における誤差測度の分布を示す。これは、この湾のほぼ２次の共振周期に対応する場合である。なお、誤差測度としては相対振幅をとっている。そして、この結果を基に要素の再分割をして解析を行なった場合の誤差測度の分布を図－５に示す。図－６は、湾の長手方向の中心軸 A-B上における相対振幅を Unluate and Mei[4]の解析解との比較のもとに示したものである。図中、実線が解析解、△印が初期の要素分割を用いた場合の計算結果、○印が再分割した後の計算結果である。図より、適用型手法を用いることにより、節点が自動的に誤差測度の大きい場所に集まり、相対振幅分布が的確に表現されていることが分かる。



図－４



図－５



図－６

５。おわりに

本報告において、適応型有限要素法を水面波動問題に適用することを行なった。この結果、計算結果の精度の評価を行なうことが可能となり、誤差の大きい場所は自動的に細かい要素分割となり、相対振幅の波形もより正確に表現されることが明らかになった。

__参考文献__　1) N.Kikuchi: Adaptive grid design methods for finite element analysis, 2nd Joint ASCE/ASME Mechanics Conference, June, 1985.　2) 樫山、川原：有限要素分割の最適化手法を用いた水面波動解析、第41回年講.,1986.　3) K.Kashiyama and M.Kawahara: Adaptive finite element method for linear water wave problems, Proc. JSCE, (submitted).　4) U.Unluate and C.C.Mei: Long wave excitation in harbours - An analysis study, Ralph M. Persons Lab., MIT, Report No. 171., 1973.