II-315 マーカー粒子を用いた潮流拡散シミュレーションのアルゴリズム

清水建設(株) 大崎研究室 正会員 ○高梨 和光
清水建設(株) 環境アセスメント部 米山 佳伸

1. はじめに

有限要素法は有限要素と呼ばれる不規則な形状で解析領域を分割するために、解析領域の形状表現は差分法よりも現実的なものになるものの、ある特性を表すマーカー粒子を用いた場合には計算時間がかかるという実用的な問題を残している。本研究はマーカー粒子を用いた有限要素法の高速化についての検討を行い、そこで得られたマーカー粒子を取り扱うアルゴリズムの有効性を数値モデルによって検証する。

2. マーカー粒子のアルゴリズム

本研究では、静水圧近似がなされている浅海長波方程式用いた潮流シミュレーションによって流況を再現している。このとき、浅海長波方程式の離散化には、空間方向に有限要素法、時間方向へは時間積分法を用いている。

浮遊物質（流木、流氷、船舶や懸濁物質）や濃度（塩分濃度、溶存酸素や温度）を表すマーカー粒子を有限要素法に導入することを考える。このマーカー粒子を有限要素法に導入する場合、マーカー粒子が存在する有限要素の探索とマーカー粒子が移動した後の座標の決定を行わなければならない。

(1) マーカー粒子が存在する有限要素の探索

ある有限要素の2つの節点とマーカー粒子とからなる三角形を3つ作り、これらの三角形の面積を加え合わせたものと有限要素の面積を比較する。図−1のように有限要素の外部にマーカー粒子がある場合、マーカー粒子が作る各三角形の面積を加え合わせたものと有限要素の面積には(1)式の関係が成り立つ。

$$\triangle P_1P_2P_3 < \triangle MP_2P_3 + \triangle MP_3P_1 + \triangle MP_1P_2 \quad \cdots\cdots (1)$$

この場合には、図−2のようになるまでマーカー粒子の有無を調べる。このとき、マーカー粒子は有限要素の内部にあり、マーカー粒子が作る各三角形の面積を加え合わせたものと有限要素の面積には(2)式の関係が成り立つ。

$$\triangle P_1P_2P_3 = \triangle MP_2P_3 + \triangle MP_3P_1 + \triangle MP_1P_2 \quad \cdots\cdots (2)$$

ところで、このマーカー粒子の有無をすべての有限要素で調べていたのでは計算時間がかかりすぎて実用的ではない。そこで、図−3のように「微小時間Δt秒後でのマーカー粒子は隣接する有限要素へしか移動しない」ものとして、マーカー粒子の有無を調べ計算時間の短縮を行うものとする。

(2) マーカー粒子が移動した後の座標の決定

最初に、マーカー粒子に与えられる移動速度U_MとV_Mを定める。図−4のように、有限要素の3節点上での流速u_iとv_i、マーカー粒子と有限要素の2つの節点からなる三角形の面積を求める。そして、これらの三角形の面積の比例配分から(3)式と(4)式によって、マーカー粒子の移動速度U_MとV_Mを定める。

$$U_M = (u_1 \cdot \triangle MP_2P_3 + u_2 \cdot \triangle MP_3P_1 + u_3 \cdot \triangle MP_1P_2) / \triangle P_1P_2P_3 \quad \cdots\cdots (3)$$

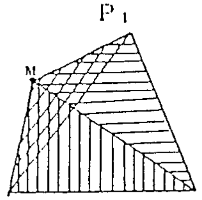
$$V_M = (v_1 \cdot \triangle MP_2P_3 + v_2 \cdot \triangle MP_3P_1 + v_3 \cdot \triangle MP_1P_2) / \triangle P_1P_2P_3 \quad \cdots\cdots (4)$$

次に、このように得られた移動速度U_MとV_M、マーカー粒子の座標X^nとY^nから、微小時間Δt秒後のマーカー粒子の座標X^{n+1}とY^{n+1}を(5)式と(6)式によって決定する。

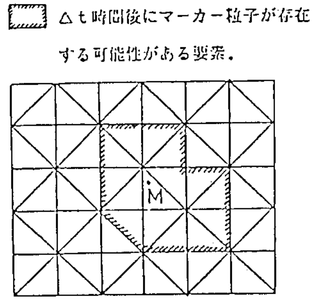
$$X^{n+1} = X^n + U_M \cdot \Delta t \quad \cdots\cdots (5)$$

$$Y^{n+1} = Y^n + V_M \cdot \Delta t \quad \cdots\cdots (6)$$

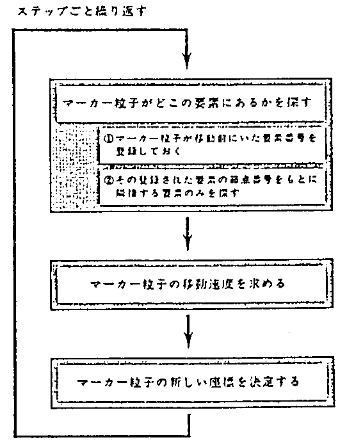
以上のアルゴリズムを繰り返すことによって、マーカー粒子を移動させることができる。このアルゴリズムをフローチャートにすると、図−5のようになる。



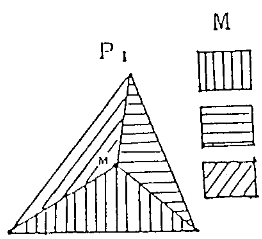
図－1 要素外のマーカー粒子



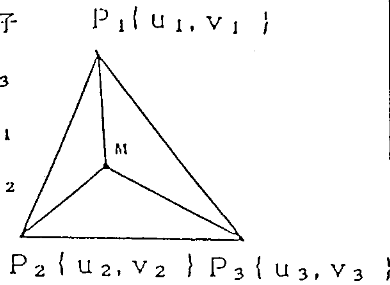
図－3 マーカー粒子が移動するであろう要素



図－5 マーカー粒子のアルゴリズム



図－2 要素内のマーカー粒子

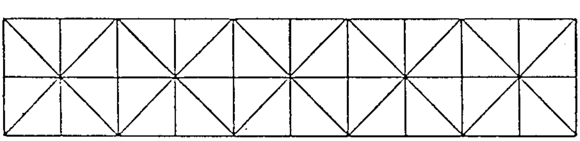


図－4 マーカー粒子と節点速度

3. 数値モデルによるマーカー粒子のアルゴリズムの検討

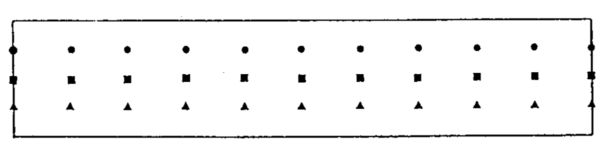
数値モデルによって、マーカー粒子を移動させるアルゴリズムの検証を行う。数値モデルとして、図－6のような要素分割がなされている長方形水路を考える。この長方形水路に一様な流速を与え、マーカー粒子の軌跡を求める。このとき、時間刻みΔtは20秒としている。

長方形水路に1m/secの一様な流速を与え、マーカー粒子の軌跡を追った。図－7はマーカー粒子の軌跡を示している。この数値モデルの場合、領域の中で一様な流速が分布しているので、マーカー粒子は一定の速度で移動している。



図－6 数値モデルの要素分割

0.0 1.0km



図－7 マーカー粒子の軌跡

4. おわりに

本研究によって、マーカー粒子を用いた有限要素法の高速化についての検討が行われ、マーカー粒子の取り扱いに計算時間がかからないという実用的なアルゴリズムの有効性を数値モデルによって確認することができたものと考える。

参考文献

(1) 鷲津久一郎，宮本 博，山田嘉昭，山本善之 共編：有限要素法ハンドブックII，培風館，p653～668，1983

(2) 吉田 裕，川原睦人：新体系土木工学３「有限要素法」土木学会編，技報堂出版，p193～254，1983

(3) 川原睦人：有限要素法流体解析，日科技連出版，p141～191，1985