II-234　簡単なモデルによる波の非線型性を考慮した入反射波分離法

北海道開発局土木試験所　正員　○平沢　充成
北海道開発局土木試験所　正員　　角野　　隆

１．はじめに

一般に不規則波を用いた水理模型実験を行なう場合、水路内に定常の多重反射系が形成された時点から計測を開始し、入射波は線型理論を応用した谷本ら[1]による分離推定法により求められる。しかしながらこの方法は入・反射波のエネルギーを分離するものであるので、正確な最大波高の把握、波形と現象との関連性など、入・反射波の時系列成分ごとに対し検討を加えるのは難しい。入・反射波の波形は、この方法を一歩進めて逆ＦＦＴルーチンを付加することで一応は求まるが、このような方法では一般に水理模型実験の対象となる非線型性と分散性の共存する領域では、波形の推定精度が極めて低くなる。そこで、ここでは簡単なモデルを用いることで成分波間の干渉による２次成分も考慮した入・反射波の再合成方法について検討した。なお、ここでは入・反射波間の干渉は考えていない。

２．計算方法

２次元水路内における不規則波は、無数の周波数成分波の重なり合ったものと考えられが、表面の境界条件の非線型性により位相角 ε_I 、ε_R は必ずしもランダムではなくなり、その一部が相互に一定の関係を保持するようになる[2]。このことから成分波の入・反射波形を次のように表す。

$$\eta_I = a_I \cos(kx - \omega t + \varepsilon_I) + b_I \cos 2(kx - \omega t + \varepsilon_I) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\eta_R = a_R \cos(kx + \omega t + \varepsilon_R) + b_R \cos 2(kx + \omega t + \varepsilon_R) \quad \cdots\cdots (2)$$

非線型性についての理論は Tick [3]によるものなどがあり、増田ら[4]などがこの理論をさらに発展させている。彼らにより種々の非線型成分の表記方法が提案されているが、ここでは、分散性の大きな領域を対象としているので Tick による無限水深領域での非線型成分算定式に着目する。それによると、無限水深領域における周波数スペクトルの非線型成分は次式で示される。

$$\mathrm{spec.of}\ \eta(t) = S^{(1)}(\omega) + \frac{1}{g^2}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{[\,|\omega-\lambda|(\omega-\lambda) + |\lambda|\lambda\,]^2}{2} S^{(1)}(\omega-\lambda)\, S^{(1)}(\lambda)\, d\lambda$$

$$= S^{(1)}(\omega) + \frac{1}{g^2} S^{(2)}(\omega) \quad \cdots\cdots (3)$$

非線型成分は、周波数スペクトルのピーク周波数の整数倍の点に顕著に現れ、また各成分波自身の自己干渉のみを考慮することで非線型性がかなり良く表されると考えられることから[5]、式（3）の積分範囲を $\lambda = \omega/2 - \Delta\omega/2 \sim \omega/2 + \Delta\omega/2$ とし、次のような計算を行なった。

$$(3) \fallingdotseq S^{(1)}(\omega) + \frac{1}{g^2}\int_{\omega/2-\Delta\omega/2}^{\omega/2+\Delta\omega/2} \frac{[(\omega-\lambda)^2 + \lambda^2]^2}{2} S^{(1)}(\omega-\lambda)\, S^{(1)}(\lambda)\, d\lambda$$

$x = \lambda - \omega/2$ とすると

$$= S^{(1)}(\omega) + \frac{1}{g^2}\int_{-\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} \frac{[(\omega/2-x)^2 + (\omega/2+x)^2]^2}{2} S^{(1)}(\omega/2-x)\, S^{(1)}(\omega/2+x)\, dx$$

$$\fallingdotseq S^{(1)}(\omega) + \frac{1}{2g^2} S^{(1)}(\omega/2)^2 \int_{\Delta\omega/2}^{\Delta\omega/2} \frac{[(\omega/2-x)^2 + (\omega/2+x)^2]^2}{2}\, dx$$

$$\doteqdot \frac{1}{2g^2} S^{(1)} (\omega/2)^2 \cdot \frac{\omega^4}{4} \Delta\omega \qquad \cdots\cdots (4)$$

この結果から、式（３）、（４）において$b = \phi a^2$とモデル化できるϕを算出する。

$$\sqrt{\frac{1}{g^2} S^{(2)} (\omega) \Delta\omega} = \phi \cdot S^{(1)} (\omega/2) \Delta\omega$$

$$\phi = \frac{1}{2\sqrt{2g}} \omega^2 \qquad \cdots\cdots (5)$$

ここで、式（１）、（２）を次のように展開する。

$$\eta_I = \alpha_I \cos \omega t + \beta_I \sin \omega t + \gamma_I \cos 2\omega t + \delta_I \sin 2\omega t \qquad \cdots\cdots (6)$$

$$\eta_R = \alpha_R \cos \omega t + \beta_R \sin \omega t + \gamma_R \cos 2\omega t + \delta_R \sin 2\omega t \qquad \cdots\cdots (7)$$

ここで、

$$\alpha_I = a_I \cos (kx + \varepsilon_I) \cdots (8), \quad \beta_I = a_I \sin (kx + \varepsilon_I) \cdots (9)$$

$$\gamma_I = b_I \cos 2(kx + \varepsilon_I) = \phi (\alpha_I{}^2 - \beta_I{}^2) \cdots (10) \qquad \delta_I = b_I \sin 2(kx + \varepsilon_I) = 2\phi \alpha_I \beta_I \cdots (11)$$

これは、反射波に関しても同様に求められる。

今、距離Δlだけ離れた２点、$x = x_1$、$x = x_2 = x_1 + \Delta l$で同時に波形を記録するものとする。α, βの初期値は、非線型性の影響の弱い低周波数領域におけるフーリエ係数A, Bにより、次式で与えられる。

$$\left.\begin{array}{ll} \alpha_{I1} + \alpha_{R1} = P_1 = A_1 & \alpha_{I2} + \alpha_{R2} = P_2 = A_2 \\ \beta_{I1} + \beta_{R1} = Q_1 = B_1 & \beta_{I2} + \beta_{R2} = Q_2 = B_2 \end{array}\right\} \cdots\cdots (12)$$

$$\text{at} \quad \omega = \omega_0$$

α, βの初期値が定まると、γ, δも式（10）、（11）から求められ、$\omega = 2\omega_0$におけるフーリエ係数の干渉による２次成分波の影響を次式により除く。

$$\left.\begin{array}{ll} P_1 = A_1 - (\gamma_{I1} + \gamma_{R1}) & P_2 = A_2 - (\gamma_{I2} + \gamma_{R2}) \\ Q_1 = B_1 - (\delta_{I1} + \delta_{R1}) & Q_2 = B_2 - (\delta_{I2} + \delta_{R2}) \end{array}\right\} \cdots\cdots (13)$$

$$\text{at} \quad \omega = 2\omega_0$$

順次この計算を行なうことにより、各周波数におけるα, β, γ, δが決定し、波形の線型成分と非線型成分を分離することができる。このようにして求められたα, β, γ, δを次のような複素フーリエ係数C、Dに変換し、１次成分波、２次成分波をそれぞれ逆ＦＦＴ演算により求め、たし合わせることにより入・反射波の再合成が可能である。

$$\left.\begin{array}{ll} C_I = \alpha_I + i\beta_I & C_R = \alpha_R + i\beta_R \\ D_I = \gamma_I + i\delta_I & D_R = \gamma_R + i\delta_R \end{array}\right\} \cdots\cdots (14)$$

〈参考文献〉

1)谷本・高橋・明瀬：防波堤直立部に働く不規則波力に関する実験的研究、港湾技術研究所報告第23巻 1984、pp.47-99

2)合田：港湾構造物の耐波設計、鹿島出版会

3)Tick,L.J. ：Nonlinear probability model of ocean waves、Ocean Wave Specta 、Prentice-Hall, Inc.、1963、pp.163-169

4)Masuda,A.,Kuo,Y.Y.,Mitsuyasu,H. ：On the dispersion relation of random gravity waves、J. Fluid Mech.92 、1979、pp.717-730

5)首藤：新体系土木工学 24 海と波の水理、技報堂出版