

II-231 斜面上の孤立波の数値計算

名古屋工業大学 学生員 佐藤 宏志
正 員 喜岡 渉
正 員 石田 昭

1. はじめに

斜面上を進行し砕波に至る孤立波について、Longuet-Higgins・Cokelet¹⁾によるMixed Eulerian-Lagrangian 法を用い、数値的に検討することとする。前報²⁾での周期波の場合とは異なり、先行波のじょう乱による数値的不安定性の問題は孤立波に対しては生じないので、底面境界を数値解析において厳密に取り扱うことができる。同様な試みはFenton・Miles³⁾によってなされているが、数値的不安定のために砕波変形までは計算されていない。

2. 計算方法

座標系を図-1に示すように定義すると、Lagrangian-Eulerianの関係式から自由表面 S_F での運動学的境界条件は式(1)と(2)で、力学的境界条件は式(3)でそれぞれ示される。

$$\frac{Dx}{Dt} = \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} + \frac{dz}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad \text{----- (1)}$$

$$\frac{Dz}{Dt} = \frac{dz}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial s} - \frac{dx}{ds} \frac{\partial \phi}{\partial n} \quad \text{----- (2)}$$

$$\frac{D\phi}{Dt} = -g\eta + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 \right] \quad \text{----- (3)}$$

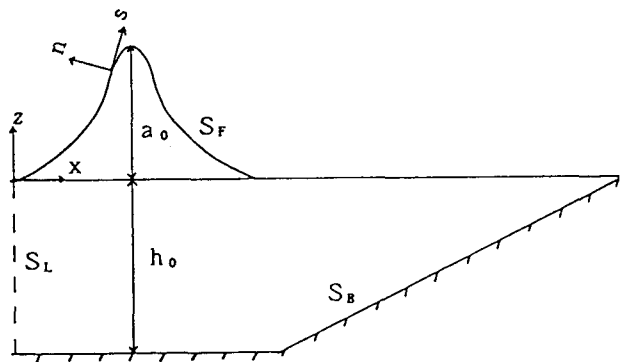


図-1 計算領域

与えられた初期条件下で境界 S_F 上に N 個の節点(マーカー)を配置し、それらの位置と速度ポテンシャル ϕ の変化を式(1)~(3)を逐次数値積分することにより求める。各時間ステップごとの流体境界上の ϕ と $\partial \phi / \partial n$ は次の境界積分方程式により求めることができる。

$$\alpha \phi(x, z) = \int_{S_F} \left[\phi(\xi, \zeta) \frac{\partial}{\partial n} G(x, z; \xi, \zeta) - G(x, z; \xi, \zeta) \frac{\partial \phi}{\partial n}(\xi, \zeta) \right] ds \quad \text{----- (4)}$$

ただし、流体境界上の計算点を (x, z) 、ソース点を (ξ, ζ) として、 α は計算点での内角を示し、 $G = \ln \{ (x - \xi)^2 + (z - \zeta)^2 \}^{1/2}$ である。

初期条件としては一様水深下で孤立波を与え、その他の領域では静止水面を仮定した。また、底面 S_B と仮想境界 S_L ではともに $\partial \phi / \partial n = 0$ が成り立つものとした。したがって、各時間ステップでの境界積分方程式(4)における未知量は、 S_F 上で $\partial \phi / \partial n$ 、 S_B および S_L 上で ϕ である。式(4)の離散化にあたっては1次要素を用い、最初の3つの時間ステップの計算には2次のRunge-Kutta法を、それ以降の時間ステップには帰還形のMoulton法を用いた。

3. 計算結果とその考察

図-2、図-3は計算結果の一例で、それぞれ斜面勾配1/30と1/20の波形変形の様子を示したものである。図中の点は節点の位置を示し、自由表面上での節点数は80とした。初期条件としては、ともに一様水深下で波高水深比 $a_0/h_0 = 0.625$ の孤立波を仮定し、Fenton⁴⁾の第3次近似解より与えた。ここで用いた解析方法では、仮想境界 S_L を造波境界として取り扱い波を発生させるよりも一様水深下で定形進行波を初期条件と

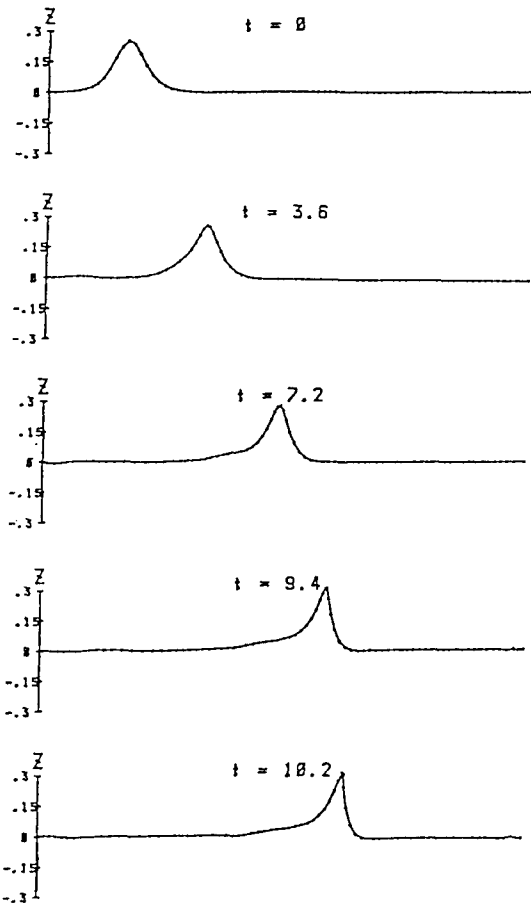


図-2 1/30斜面による孤立波の波形

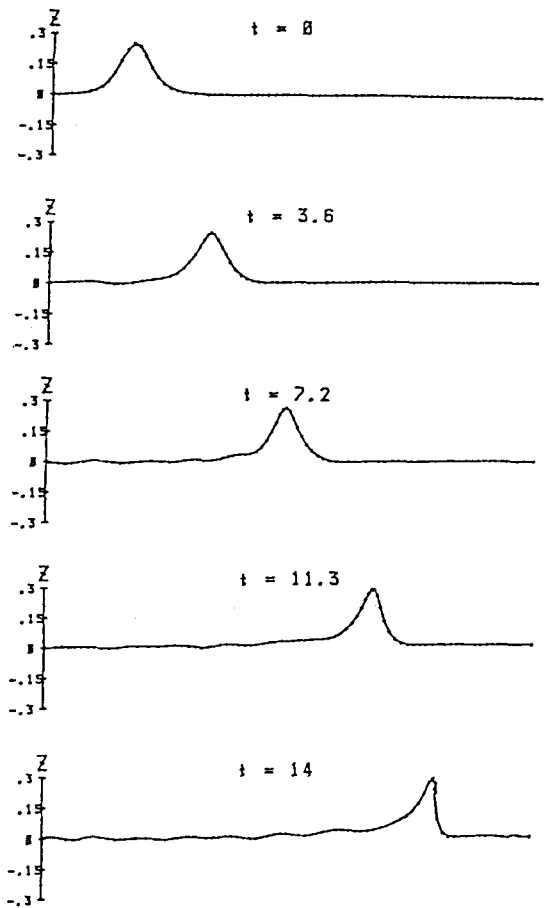


図-3 1/20斜面による孤立波の波形

して与える方が、計算効率が良く数値的にも安定であった。図-2と図-3の最後の時間ステップは砕波限界を示すものと考えられるが、jetの形成と巻き込みの様子を計算するためには波峰付近により多くの節点を配置しておく必要がある。

参考文献

- 1) Longuet-Higgins and Cokelet ; R.Soc.London, A.350, pp.1~26, 1976,
- 2) 喜岡・加藤・石田 ; 第41回年講, pp.541~542, 1986,
- 3) Fenton・Miles ; Lecture Notes in Physics Vol.64, pp.94~101, 1976,
- 4) Fenton ; J.Fluid Mech., Vol.53, pp.257~271, 1972.