

## II-228

## 波動境界層抵抗則の準定常性に関する研究

宇都宮大学 工学部 正員 田中 仁

## 1. まえがき

波動下における抵抗則に関してはすでに多くの研究がなされ、実用的にはほぼ問題のない段階に達している。ただし、従来の波動境界層の取扱いにおいては、水深に比べて境界層厚が非常に薄いという前提条件が課されている。周期が長くかつ水深が浅い場合には、波動境界層は水表面まで発達して、定常流に似た挙動を示すと考えられる。このような準定常仮定の成立条件については、円管内層流について沢本<sup>1)</sup>の研究がある。また、乱流境界層についてはKajiura<sup>2)</sup>の研究があるが実用的な表示はなされていない。本研究では、層流および乱流波動境界層の準定常性について検討を行う。

## 2. 準定常仮定成立の条件

本論文では、平行平板間の振動流を対象として解析を進める。したがって、平板間距離の2分の1、 $z_h$ が表面波における水深に等価であるものとする。

(1) 層流の場合； 円管内振動流を対象とした沢本<sup>1)</sup>と同様に、平行平板間振動流の流速分布、せん断力を求め、さらに摩擦係数 $f$ および位相差 $\theta$ を算定した。結果を図1、2に示した。ただし、摩擦係数 $f$ を式(1)で定義し、沢本と同様に式(2)から得られる $C_e(\lambda)$ 、 $C_\delta(\lambda)$ を図1に示した。

$$\tau_{om} = \rho f \hat{U}_w^2 / 2 \quad (1)$$

$$C_e = f \text{Re}, C_\delta = f R_\delta \quad (2)$$

ここに、 $\tau_{om}$ ：壁面せん断力の最大値、 $\text{Re} = \hat{U}_w z_h / \nu$ 、 $R_\delta = \hat{U}_w \delta / \nu$ 、 $\delta = \sqrt{\sigma / 2\nu}$ 、 $\lambda = z_h / \delta$ 、 $\sigma$ ：角振動数、 $\nu$ ：動粘性係数、 $U_w$ ：管軸方向流速の断面平均流速であり、 $\hat{U}_w$ は $U_w$ の振幅である。また、 $\theta$ は $U_w$ からのずれとして定義した。 $\lambda$ が小さくなるにつれて、 $C_e$ は一定値に近付き、また位相差はゼロに近づく。これは、円管流れ及び平行平板間流れが、それぞれハーゲン・ポワズイユ流れ及び二次元ポワズイユ流れに漸近することによる。すなわち、時々刻々の圧力勾配と壁面せん断力とがつりあい、加速度の効果をほぼ無視できる状態に至る。一方、 $\lambda$ が大きくなるとStokes layerの解に漸近し、また管の形状の効果が消える。図より、 $\lambda < 1$ において定常流近似が成立し、 $\lambda > 10$ で水深の効果が表れない。この結果は、円管に対して沢本が得たものと同一である。

(2) 粗面乱流の場合； Kajiura<sup>2)</sup>と同様に式(3)で表される渦動粘性係数 $Kz$ を用いる。

$$Kz = \kappa u^* z \quad (3)$$

ここに、 $\kappa$ ：カルマン定数(=0.4) $u^*$ ：摩擦速度の最大値、 $z$ ：壁面からの距離である。上式を線形化された境界層方程式に代入し、流速分布として式(4)を得る。ただし、境界条件としては、 $z = z_0$ で $u = 0$  ( $z_0$ ：粗

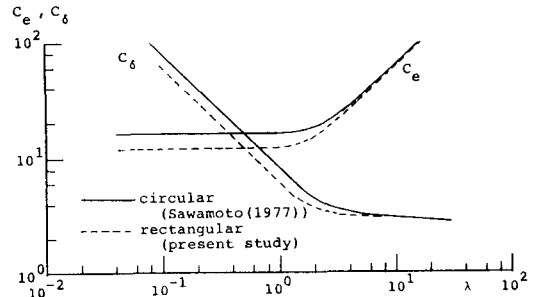


図1 摩擦係数 (層流)

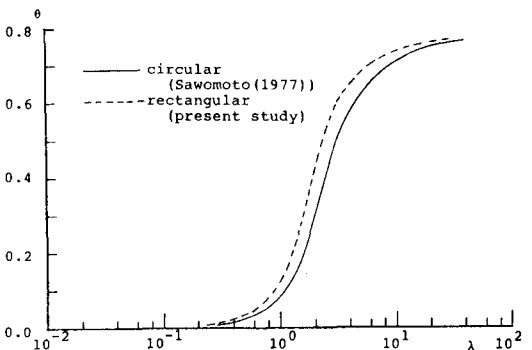


図2 位相差 (層流)

度長さ)、 $z=z_h$ でshear freeの2つを用いた。

$$\frac{u}{\hat{u}_w} = \frac{1}{|\alpha|} \frac{1}{z} \left\{ 1 - \frac{J_0(\zeta_0)N_1(\zeta_h) - N_0(\zeta_0)J_1(\zeta_h)}{J_0(\zeta_0)N_1(\zeta_h) - N_0(\zeta_0)J_1(\zeta_h)} \right\} e^{i\alpha x}$$

$$\alpha = \frac{1}{z} \left\{ \left( 1 - \frac{\zeta_0}{z_h} \right) + \frac{i\zeta_0}{2c z_h} \frac{J_1(\zeta_0)N_1(\zeta_h) - N_0(\zeta_0)J_1(\zeta_h)}{J_0(\zeta_0)N_1(\zeta_h) - N_0(\zeta_0)J_1(\zeta_h)} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $J_0$ 、 $J_1$ ：0次及び1次のベッセル関数、 $N_0$ 、 $N_1$ ：0次及び1次のノイマン関数、 $\zeta_0 = 2e^{3\pi/4} i^{1/4} \sqrt{c z_0}$ 、 $\zeta_h = 2e^{3\pi/4} i^{1/4} \sqrt{c z_h}$ 、 $c = \sigma / \kappa u^*$ である。

上式から得られる摩擦係数および位相差を図3、4に示した。図3中の破線は定常流下の摩擦係数である。ただし、本研究では式(1)を用い、さらに  $z=z_h$ でshear freeの条件を課しているため、定常流の摩擦係数  $f_0$  は次式で与えられる。

$$\sqrt{\frac{f_0}{2}} = \frac{\kappa (z_h/z_0 - 1)}{z - 1.5 \frac{z_h}{z_0} + \frac{z_h}{z_0} \ln \frac{z_h}{z_0} + 0.5/(z_h/z_0)} \quad (5)$$

図3において、水深・粗度比が十分大きくかつ  $\hat{u}_w/\sigma z_0$  が小さいときには、摩擦係数は  $z_h/z_0$  によらない。一方、 $\hat{u}_w/\sigma z_0$  が大きくなるに連れて、 $f$  は  $z_h/z_0$  の値によって異なる一定値(式(5))に近づくことが判る。また、位相差についても、 $z_h/z_0$  によって異なる曲線を描く。

次に、準定常仮定の成立条件を調べるために、式(6)で定義される値を求めた。

$$100*(f-f_0)/f_0 \quad (\%) \quad (6)$$

式(6)の値の等値線図を描いた結果が図5である。同図を用いることにより、準定常仮定の成立する範囲を判定することができる。ここでは、一つの目安として式(6)の値が10%となる時点、準定常が成立する限界とする。図3に描かれた点線は、図5から得られる10%ラインを示したものである。10%ラインを表示する近似式として式(7)を得た。

$$z_h/z_0 = 0.127 * (\hat{u}_w/\sigma z_0)^{0.919} \quad (7)$$

図5の丸印は式(7)を表す。近似式の精度は良好である。

### 3. 結 語

層流及び乱流の波動境界層の抵抗則に対し、準定常性の成立条件を検討した。今後、本研究の成果と、波動下での底質移動現象における準定常性との対応を関連付けて行きたいと考えている。

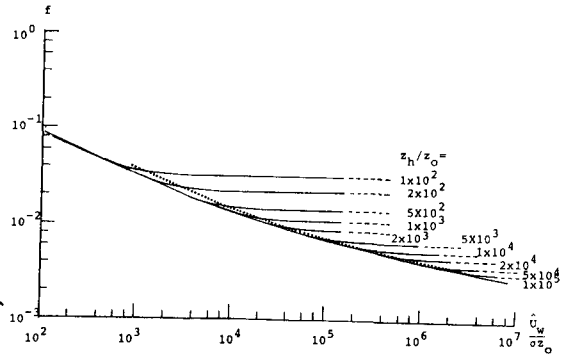


図3 摩擦係数(乱流)

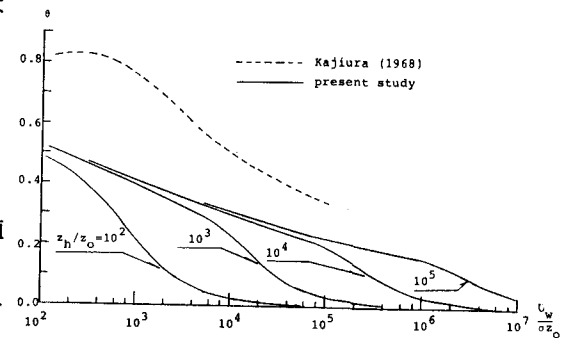


図4 位相差(乱流)

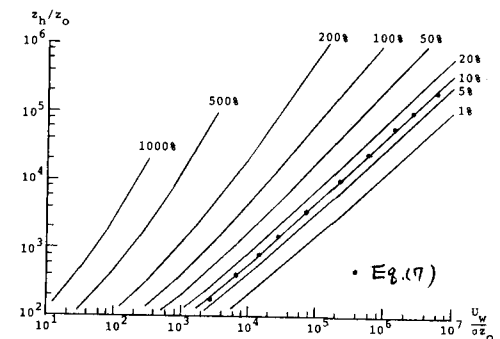


図5 定常流抵抗則からのずれ

(式(6))

[参考文献] 1) 沢本・日野：土木学会論文集、第258号、pp.45-53、1977。

2) Kajiura, K: Bull., Earthq. Res. Inst., Vol.42, pp.147-174, 1964。