

II-207

 ε -方程式の浮力項の効果に関する検討

京都大学大学院	学生員	坂井伸一
京都大学工学部	正 員	岩佐義朗
広島大学工学部	正 員	細田 尚

1. はじめに; 本研究は乱流モデルを用いて二次元 Buoyant Surface Jet の成層化過程について検討したものである。基礎式は Launder¹⁾ の研究を k - ε モデルに取り入れた Gibson・Launder²⁾ のものと同様であるが、著者等^{3), 4)} の数値解析結果では、水温の成層化過程が十分に表せなかった。その理由の一つとして、 ε -方程式中の浮力項を考慮していなかったことがあげられる。密度流での ε -方程式に関しては、浮力項を考慮しない場合と^{2), 5)} 考慮している場合がある。^{6), 7), 8)} そこで、 ε -方程式に関して簡単な考察を加えた後、数値解析結果の検討を行う。

2. ε -方程式の構成に関する一考察; ε -方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = & -2\nu \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right) \frac{\partial U_j}{\partial x_j} - 2\nu \overline{u'_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_j} \\ & - 2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_j} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} - 2 \left(\nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_j} \right)^2 - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_j \varepsilon} + \frac{2\nu}{\rho \theta} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \frac{\partial p'}{\partial x_k} \right) \quad (1) \\ & + \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_j^2} + 2\nu \frac{g_i}{\rho \theta} \frac{\partial \rho'}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \end{aligned}$$

最後の項が浮力項である。生成項(右辺第1項)、散逸項(第3,4項)、浮力項は homogeneous shear flow turbulence⁹⁾ を用いて簡単に表示できる。Hinze に従い基礎式は次式で表せる。ただし、等方性の仮定は用いない。

$$\frac{\partial}{\partial t} E(q, t) + P(q, t) \frac{dU_1}{dx_2} = F(q, t) - 2\nu q^2 E(q, t) - g \cdot G(q, t) \quad (2)$$

座標系と記号の説明を Fig. 1 に示す。E, P, F, G は次式で定義される。
q は波数ベクトル $q = (q_1, q_2, q_3)$ の大きさ。

$$E(q, t) = 2\pi q^2 [E_{i,j}(q_1, q_2, q_3, t)]_{av},$$

$$P(q, t) = 2\pi q^2 [(E_{2,1})_{av} + (E_{1,2})_{av} - (q_1 \partial E_{1,1} / \partial q_2)_{av}] dU_1 / dx_2,$$

$$F(q, t) = 2\pi q^2 [F_{i,j}(q_1, q_2, q_3, t)]_{av}, \quad G(q, t) = 2\pi q^2 [(G_{\rho,2})_{av} + (G_{2,\rho})_{av}]$$

[$\cdot$] $_{av}$ は $q = \text{const.}$ の球面での平均を表す。また、 $E_{i,j}, F_{i,j}, G_{\rho,i}$ はの定義を Table 1 に示す。

(2)式を0から無限大まで積分すれば、

Table 1 記号の説明

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \overline{u'_1 u'_2} \frac{dU_1}{dx_2} = \\ - \varepsilon - g \frac{\rho' u'_2}{\rho \theta} \quad (3) \end{aligned}$$

次に空間的な長さのスケール

$$L = \frac{1}{k} \int_0^\infty E dq \quad \text{を定義し、}$$

$$L = C k^{3/2} / \varepsilon \quad (C = \text{const.}) \quad \text{と考へ、}$$

$$E' = E / kL, \quad F' = F / k^{3/2},$$

$P' = P / \overline{u'_1 u'_2} L, \quad G' = G / (\overline{\rho' u'_2} L / \rho \theta)$ が $q' = qL$ で普遍関数表示されると仮定する。(2)式に $1/q$ を乗じ 0 から無限大まで積分すれば次式を得る。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = - \overline{u'_1 u'_2} \frac{dU_1}{dx_2} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{5}{2} - C_1 \right) - \left(C_2 + \frac{5}{2} \right) \frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{C_3}{\text{Re} \tau} - g \frac{\varepsilon}{k} \frac{\rho' u'_2}{\rho \theta} \left(-C_4 + \frac{5}{2} \right) \quad (4)$$

C_1, C_2, C_3, C_4 は定数である。(4)式右辺は各々 ε -方程式の生成項、散逸項、浮力項である。

3. 二次元 Buoyant Surface Jet の数値解析; (1) 基礎式 用いている基礎式を Table 2 に示す。また、座標系は Fig. 2 である。

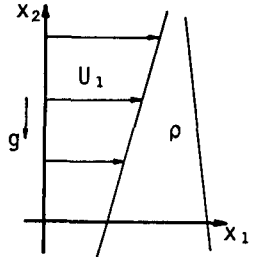


Fig. 1 座標系

(2) 計算条件 計算

の水理諸量は実験条件に合わせ、Table 3 に示した。ただし、放出口の k_0, ε_0 としては、

$$k_0/U_0^2 = 10^{-2}, \quad \varepsilon_0 h_0/U_0^3 = 10^{-3},$$

$c_{\varepsilon 3}$ の値を Run 1; 0, Run 2; 2.0 と変化させた。境界条件としては、

放出口の流量、水温を固定し、下流端では水位一定、水理量の x 方向の勾配を 0 とした。

水路床近傍でもこの領域の、流れに及ぼす影響は小さいと考えて、 $\partial/\partial y = 0$ とし、

自由表面でも $\partial/\partial y = 0$ とした。

(3) 結果の考察; 水温の鉛直分布を Fig. 3 に示した。 $c_{\varepsilon 3} = 0$

の Run 1 では著者らの従来の計算³⁾と同様に、成層化は見られない。

$c_{\varepsilon 3} = 2$ の Run 2 では、

水温の成層化が再現され、実験値ともほぼ適合している。

ε -方程式の浮力項の効果は k -方程式との相互作用により複雑であるが、Fig. 4 に示した D_{Ty} の分布から、Run 2 は Run 1 より大きな乱流拡散係数をもつ。

すなわち急な水温勾配により D_{Ty} が 0 となる領域より上方で大きな混合がおこり成層化して行くと思われる。

(参考文献) 1) Launder; J. Fluid Mech., Vol. 67, 1975, 2) Gibson-Launder; J. Heat Transfer, Tran. ASME, 98c, 1976, 3) 松井, 岩佐, 細田; 土木学会第39回年講, 1984, 4) 白畑, 岩佐, 細田; 土木学会第40回年講, 1985, 5) McGuirk-Papadimitriou; Fifth Symp. Turbulent Shear Flows, 1985, 6) Plumb-Kennedy; J. Heat Transfer, Tran. ASME, 99c1, 1977, 7) Zeman-Lumley; Turbulent Shear Flows I, Springer, 1979, 8) Andre-De Moor et. al.; Turbulent Shear Flows I, Springer, 1979, 9) Hinze; Turbulence, 2nd edn. 1975

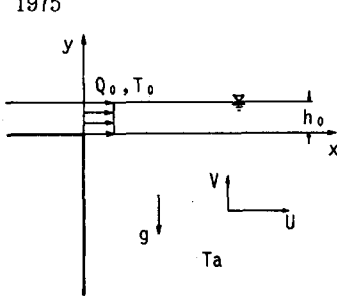


Fig. 2 座標系

Table 3 水理諸量

	h_0 (cm)	U_0 (cm/s)	T_0 (deg.)	T_a (deg.)	$\frac{\rho_a - \rho_0}{\rho_a}$	Fr_d	Re
Exp.	1.15	10.6	13.1	34.3	0.0051	4.41	1650

Table 2 基礎式

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} &= 0, \quad 0 = -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial y} - g \frac{\rho}{\rho_a} \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho_a} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u'^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{u'v'}) + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u'T'}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{v'T'}) + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial k}{\partial t} + U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} &= -\overline{u'v'} \frac{\partial U}{\partial y} (1 - Rf) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_{mx}}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D_{my}}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} - \varepsilon - 2\nu \left(\frac{\partial k^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} &= c_{\varepsilon 1} k \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_{mx}}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{D_{my}}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} + 2\nu D_{my} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right)^2 \\ &\quad + c_{\varepsilon 3} \frac{g}{\rho_a} k D_{Ty} \frac{\partial \rho}{\partial y} - c_{\varepsilon 2} k \\ -\overline{u'v'} &= f \mu \beta \frac{\overline{v'^2} k}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial y} = D_{my} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad \frac{\overline{u'^2}}{k} = 0.94 + 0.41 \frac{Rf}{1 - Rf}, \quad \frac{\overline{v'^2}}{k} = 0.53 - 0.41 \frac{Rf}{1 - Rf}, \\ -\overline{v'T'} &= f \mu \tau \frac{\overline{v'^2} k}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial y} = D_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad -\overline{u'T'} = \phi \tau (1 + 0.5 \frac{\tau}{\beta}) \frac{\overline{u'v'}}{\varepsilon} \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f \mu &= \exp(-2.5/(1 + Re/50)), \quad c_{\varepsilon 2} = c_{\varepsilon 200} (1.0 - 0.3 \exp(-Re/200)), \\ r &= \phi \tau \frac{1.59 - 5.22 Rf}{1.59 - 2.82 Rf}, \quad \beta = \sigma_t \frac{\phi}{\phi \tau} \frac{1 + 0.8 \phi \tau B - 0.5 \phi^2 \tau^2 B}{1 + \phi \phi \tau B}, \quad B = \frac{1}{\phi \tau} \frac{3 Rf}{1.59 - 5.22 Rf} \\ Rf &= \frac{g \overline{v'^2} \rho'}{\rho_a (-\overline{u'v'}) \frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{\alpha g (-\overline{v'T'})}{T_0 (-\overline{u'v'}) \frac{\partial U}{\partial y}}, \quad Ri = \frac{g \frac{\partial \rho}{\partial y}}{\rho_a \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2}, \quad Ri = \sigma_t Rf \\ c_{\varepsilon 1} &= 1.44, \quad c_{\varepsilon 200} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad \phi = 0.2, \quad \phi \tau = 1/3.2 \end{aligned}$$

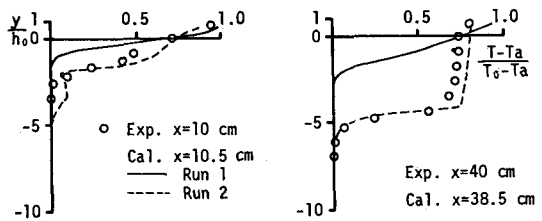


Fig. 3 水温分布

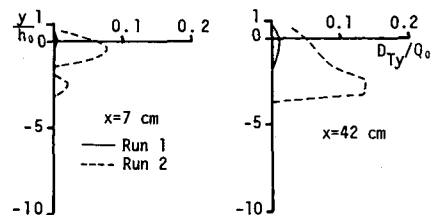


Fig. 4 乱流拡散係数