

II-192

障害物前面における渦の特性と汚染物質の拡散について

東京大学土木工学科 正員 玉井信行
 東京大学土木工学科 正員 浅枝 隆
 ○ 東京大学 大学院 学生員 田中規夫

1. はじめに. 山や建物などのような障害物の前には、強い2次流が生じ逆流域が生じることが知られている。このような領域に汚染源がある場合、そこに汚染物質が高濃度に蓄積されることが予想され、環境工学上非常に重要である。そこで、本研究では障害物として半球を選びまず半球前面部の渦構造を可視化を通して定性的に解明し、次に、汚染物質の拡散について解析的な検討を試みた。

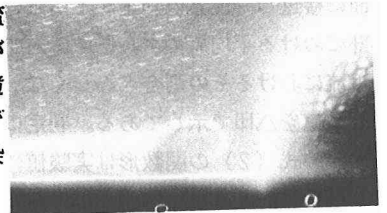
2. 実験装置および実験方法. 全長280cm、幅30cm、高さ30cm、水路勾配1/600のポンプ還流型水路を使用し、半径が2.0cmと3.5cmの2種類の発砲スチロール製半球を整流板から80cmの位置の水路中央に接着して実験を行った。可視化には、アルミ粉末、ウォーターブルーを使用し渦構造を捉えた。

3. 半球前面部の渦構造について. 接近流が、壁面近傍において強い速度勾配を持っているため半球前面部に逆流域が生じ、その中に複数個の渦が形成される（写真-1、参照）。さらに、これらの渦は、半球を取り囲んで下流に放物線状に引き伸ばされている。図-1は、写真-1をもとにして描いた流線である。ここで、 h は半球に最も近い渦の中心高さ、 l は半球前面部の逆流域の厚さ、 L は逆流域の長さ、 R は半径を示すものとする。ここでReynolds数 Re を式(1)のように定義する。

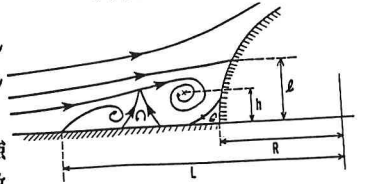
$$Re = UR / \nu \quad \cdots \cdots (1)$$

ここに、 U は断面平均流速、 R は半径、 ν は水の動粘性係数を示す。このように定義した Re と h/R 、 l/R との関係を、それぞれ図-2、3に示す。ここで、Fraenkelが、平板上の半円柱について解析的に求めたものを参考として点線で示す。この図によると、 h/R 、 l/R は Re が大きくなるにつれて減少する。これは半円柱の場合と異なる傾向を示すが、大きさはほぼ同じ値をとることがわかる。

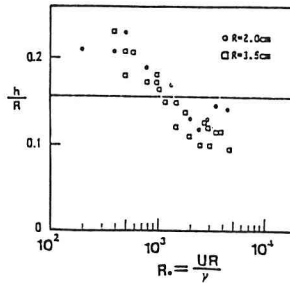
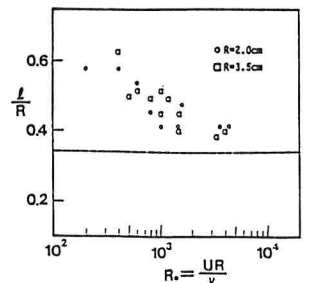
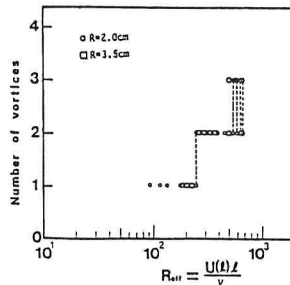
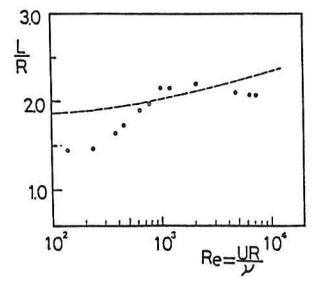
図-4は、半球前面部の渦の数の Re による変化を示す。点線は、渦の数が変動していることを示す。これは図-2に示したように、半径で無次元化された逆流域の厚さ l/R は、 Re により漸減する関数であるために、実際の逆流域



(写真-1)前面渦



(図-1)流線

(図-2) h/R と Re の関係(図-3) l/R と Re の関係(図-4)渦の数と Re_{eff} の関係(図-5) L/R と Re の関係

の厚さ l は半径によって変化し、従って逆流域上端部の流速 $U(l)$ はそれぞれの半球の場合によって違うことが考えられる。そこで、図-4においては式(1)の代わりに、 l および $U(l)$ を用いた有効 Reynolds 数

$$Re_{eff} = U(l)l/\nu \quad \cdots \cdots (2)$$

で整理してある。この図より、半球前面部に生じる馬蹄型渦の数は有効 Reynolds 数 Re_{eff} によって極めて良く整理できることがわかる。

渦の数の変化により、剝離域長 l も変化する。図-5は、 l/R の Re による変化を示したものである。この図によると、渦の数が1個の場合には、 l/R はほぼ一定値をとるのに対し、渦の数が増えるに連れて l/R も増加し、渦の数が変動する領域になると、 l/R は再びほぼ一定値をとることがわかる。この場合も Fraenkel による理論値とほぼ同じ値をとることがわかる。

4. 障害物前面部における拡散の理論計算

この場合2次元を取り扱い、平板上の半円柱前面部に汚染源がある場合の渦領域における濃度の変化を理論的に求めることとする。

湧き出しがある場合の濃度 C の拡散方程式を極座標形式で示すと以下の式(3)のようになる。

$$\partial C / \partial t + u \partial C / \partial r + v/r \partial C / \partial \theta = K (\partial^2 C / \partial r^2 + 1/r \partial C / \partial r + 1/r^2 \partial^2 C / \partial \theta^2) + f(r, \theta, t) \quad \cdots \cdots (3)$$

ここに、 u 、 v は、それぞれ r 方向、 θ 方向の流速でそれは $Yih^{(4)}$ により式(4)、(5)のように与えられる。

$$u = (\rho_\theta / \rho)^{1/2} (g / (\rho_\theta V D)) d\rho / d\psi \cdot r \theta^2 / 8 (r \theta^2 \cos \theta / r^2 - r \theta^4 \cos^3 \theta / r^4 - 4 r^2 \sin^2 \theta \cos \theta / r \theta^2) \cdots (4)$$

$$v = (\rho_\theta / \rho)^{1/2} (g / (\rho_\theta V D)) d\rho / d\psi \cdot r \theta^2 / 8 (r \theta^2 \sin \theta / r^2 - r \theta^4 \sin^3 \theta / r^4 + 4 r^2 \sin^3 \theta / r \theta^2) \quad \cdots (5)$$

ここで、 ρ : (r , θ) における密度、 ρ_θ : 代表密度、 r_θ : 円の半径、 V : 代表速度、 D : 代表径、 g : 重力加速度
 ψ : 流れ関数

次に、式(3)を無次元化し密度変化を微小として摂動展開する。すなわち以下の式(6)、(7)を式(3)に代入すると、式(8)を得る。

$$\rho = \rho_0 (1 + (\psi / \rho_0) d\rho / d\psi) = \rho_0 (1 + \delta \psi) \quad \cdots \cdots (6)$$

$$C = \sum C_n \delta^n = C_0 \delta^0 + C_1 \delta^1 + C_2 \delta^2 + C_3 \delta^3 + \cdots \cdots (7)$$

ここで、 ρ_0 : 定数、 $\sum$: $n=0 \sim \infty$ の和

$$\begin{aligned} & \partial (\sum C_n \delta^n) / \partial t_1 + \sum E_n(r_1, \theta) \delta^{n+1} \partial (\sum C_n \delta^n) / \partial r_1 + \sum F_n(r_1, \theta) \delta^{n+1} \partial (\sum C_n \delta^n) / \partial \theta \\ & = k_1 (\partial^2 (\sum C_n \delta^n) / \partial r_1^2 + 1/r_1 \partial (\sum C_n \delta^n) / \partial r_1 + 1/r_1^2 \partial^2 (\sum C_n \delta^n) / \partial \theta^2) + f(r_1, \theta, t_1) \quad \cdots \cdots (8) \end{aligned}$$

ここで、 $t_1 = t/T$: T (代表時間)、 $r_1 = r/r_\theta$ 、 $E_n(r_1, \theta)$ 、 $F_n(r_1, \theta)$ は r_1 と θ の関数

式(8)を δ のべき乗に関して整理すると以下の方程式系を得る。

$$\partial C_0 / \partial t_1 = k_1 (\partial^2 C_0 / \partial r_1^2 + 1/r_1 \partial C_0 / \partial r_1 + 1/r_1^2 \partial^2 C_0 / \partial \theta^2) + f(r_1, \theta, t_1) \quad \cdots \cdots (9)$$

$$\begin{aligned} & \partial C_n / \partial t_1 = k_1 (\partial^2 C_n / \partial r_1^2 + 1/r_1 \partial C_n / \partial r_1 + 1/r_1^2 \partial^2 C_n / \partial \theta^2) \\ & - \{ (E_0 \partial C_{n-1} / \partial r_1 + \cdots + E_{n-1} \partial C_0 / \partial r_1) + (F_0 \partial C_{n-1} / \partial \theta + \cdots + F_{n-1} \partial C_0 / \partial \theta) \} \quad (n \geq 1) \quad \cdots \cdots (10) \end{aligned}$$

なお、解の詳細については、非常に複雑であるので省略する。

5. おわりに、障害物前面の逆流域における汚染物質の拡散を調べるため、まず、半球前面部の渦構造の特性を調べた。その結果、半球前面部に生じる渦の数は Reynolds 数により変化し、それが、逆流域の長さを変化させていることがわかった。渦の位置および逆流域の長さは、Fraenkel によるものとほぼ同じ値をとることが確認された。

(参考文献)

- (1) Hunt, J.R.C. and Snyder, W.H., 1980: J. Fluid Mech. 96, 671-704.
- (2) 玉井, 浅枝, 田中, 1987: 第31回水理講演会講演論文集, 371-376.
- (3) Fraenkel L.E., 1961: J. Fluid Mech. 11, 400-406.
- (4) Yih C.-S., 1960: J. Fluid Mech. 9, 161-174.