

II-184

有限要素法による阿仁川ダム洪水吐きの水理解析

○正員 東北地建 金内 剛

正員 東北地建 吉田 昭夫

正員 中央大学 川原 陸人

1. はじめに

阿仁川ダムは、米代川水系阿仁川の右支川・小又川に建設される建設省直轄の多目的ダムで、堤高90mのロックフィルダムとして計画している。設計洪水流量は、 $2700\text{m}^3/\text{s}$ で、同形式のダムとしては国内最大規模のものとなっている。しかも洪水吐きの構造を自然越流方式としており、このクラスでは他に例がない構造である。このため、洪水吐きの概略設計段階において、有限要素法による水理解析を実施し、流れの状況を確認したものである。

2. 基礎方程式

基礎方程式は、鉛直方向に平均化した流速を用いる浅水長波方程式とする。ここで座標系を図-1に示す様に基準水面上に定義し、解析を実施する領域は2次元 X_1 - X_2 平面内に設定する。流れを非圧縮性粘性流体とすると、底面勾配を考慮した基礎方程式は、総和規約によって次のように書き表すことができる。

$$\dot{M}_i + (U_j M_i)_{,j} + g \cos \theta \cos \phi (H + \zeta) \zeta_{,i} - g \Theta_i (H + \zeta) = A_i (M_{i,j} + M_{j,i}) - f U_i \quad (1)$$

$$\zeta + M_{i,i} = 0 \quad (2)$$

$$M_i = (H + \zeta) U_i \quad (3)$$

ここに、 U_i を鉛直方向の平均流速、 ζ を水位変動量、 M_i を式(3)で定義される単位幅当りの流量、 A_i を渦動粘性係数、 f を底面摩擦とする。ところで、 f はシェジ-数 C を用いて式(4)のように与えるものとする。さらに $\theta \cdot \Phi$ を底面と水平面とが成す角度とし、 Θ を式(5)のように定義する。

$$f = \frac{\rho}{C^2} \sqrt{U_k U_k} \quad (4)$$

$$\Theta : \quad \Theta = \sin \theta \quad \Theta = \cos \Phi \quad (5)$$

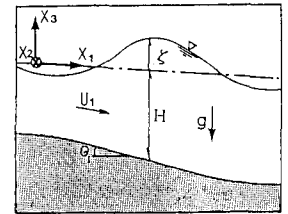


図-1 座標系

3. 有限要素法の適用

基礎方程式 式(1), (2) に対して、次の順序により有限要素法を適用する。第1に、空間方向の離散化にはGalerkin法を用いて重み付残差方程式を導く。第2に解析領域を三角形要素で分割して、形状関数としては一次の内挿多項式で補間する。第3に時間方向の離散化には、2段階陽的解法を用いる。これにより誘導されたのが2段階陽的有限要素方程式であり、式(6)～(9)に示す。

$$\langle \text{Step1} \rangle \quad \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^{n+1/2} = \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^n - \frac{\Delta t}{2} \left[F_1 (M_{\beta i}^n, \zeta_{\beta i}^n) \right] \quad (6)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \zeta_{\beta i}^{n+1/2} = \bar{A}_{\alpha\beta} \zeta_{\beta i}^n - \frac{\Delta t}{2} \left[F_2 (M_{\beta i}^n) \right] \quad (7)$$

$$\langle \text{Step2} \rangle \quad \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^{n+1} = \bar{A}_{\alpha\beta} M_{\beta i}^n - \Delta t \left[F_1 (M_{\beta i}^{n+1/2}, \zeta_{\beta i}^{n+1/2}) \right] \quad (8)$$

$$\bar{A}_{\alpha\beta} \zeta_{\beta i}^{n+1} = \bar{A}_{\alpha\beta} \zeta_{\beta i}^n - \Delta t \left[F_2 (M_{\beta i}^{n+1/2}) \right] \quad (9)$$

ここで、 Δt を微小時間増分量、 $A_{\alpha\beta}$ を質量行列、 $\bar{A}_{\alpha\beta}$ を集中心化

行列とする。また $\bar{A}_{\alpha\beta}$ は $\bar{A}_{\alpha\beta} = e \bar{A}_{\alpha\beta} + (1-e) A_{\alpha\beta}$ で表される混合行列であり、 e を混合比とし、こ

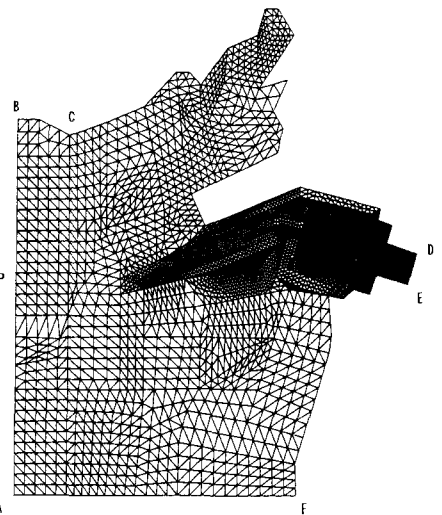


図-2 有限要素分割図

の選択により陽的解法における人工粘性の軽減と計算上の安定をはかっている。ところで陽的解法の採用により、計算の過程において連立一次方程式の計算が不要となることから、従来の手法に比べ計算機容量・計算時間の大幅な削減ははかれ、本報告で示す解析例のような膨大な有限要素分割を必要とする実用的な解析が可能となった。

4. 解析結果

本報告は、設計洪水水位に達した際、洪水吐き呑み口へ設計洪水流量($Q=2700\text{m}^3/\text{s}$)が取込まれるかどうかを検討する。解析領域は、図-2に示す領域とし、ここでの総節点数を4469、総要素数を8653とした。計画設計図に基づき、各節点に標高を与えて洪水吐き形状や地形を再現している。初期条件は、貯水池部分に標高 $H=180.0\text{m}$ まで水位を与える。境界条件は図-2に示す境界F-A-B-Cで設計洪水水位 $H=181.5\text{m}$ の水位変動量を与える。解析諸係数は、シェー数 $C=30.0\text{m}^{1/2}/\text{s}$ 微小時間増分を $\Delta t=0.005\text{s}$ 、混合比を $e=0.7$ とした。渦動粘性係数に関しては本報告例の様な勾配変化の激しい解析においては、計算の安定性の向上を考慮して、要素の面積(Area)と水面勾配(I_0)の関数として、

$A_{I_0}=5.0$ より次の様に与えられる。 $A_t = A_{I_0} \left(\sqrt{\text{Area}} \sqrt{I_0} \right)$

上記の条件で、図-2の境界D-Eで設計洪水流量に達するまでの計算を行った。図-3は洪水吐き呑み口部分を拡大した流速図である。ここでの境界D-Eにおける流量は $Q=2700\text{m}^3/\text{s}$ であった。図-4は図-3と同時間における洪水吐き中心断面での流速・フルード数ならびに水面形状である。これより設計洪水流量($Q=2700\text{m}^3/\text{s}$)が、この洪水吐きにより有効に処理し得ることが確かめられる。また、その時の流速の分布は、図-3に示すように無理なく流れていることが理解できる。図-4より洪水吐きの排水口付近に段波が発生することが確認されるが、それは比較的小さい。

5. 終わりに

従来、この種の検討は模型実験により実施されてきたが、実験のみでは時間・労力・経費が多大なものとなる。実用的な数値解析が可能となることにより、今後は模型実験との組み合わせにより設計の一層の効率化が図れることとなろう。最後に本報告をとりまとめるに当たって御協力をいただいた三井造船柳平野廣和氏 アイドルエンジニアリング柳伊藤敬氏に謝意を表する。

<参考文献>

- ① Kawahara, M, H. Hirano, K. Tsubota "Selective lumping finite element method for shallow water flow", Int. J. Num. Meth. Fluid., 2 (1982)
- ② Kawahara, M & T. Umetsu "Two step explicit finite element method of moving boundary problem for river flow", Int. J. Num. Meth. Fluid., 6 (1986)

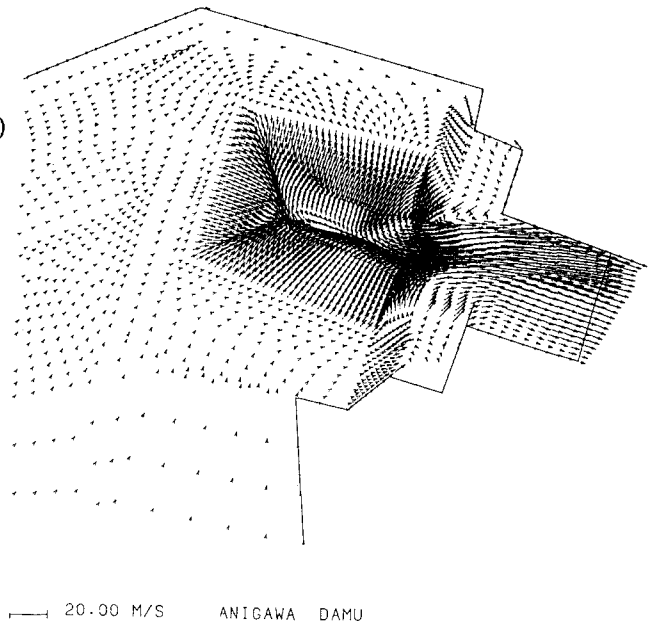


図-3 洪水吐き呑み口部
流速分布図 (Time=30.0s)

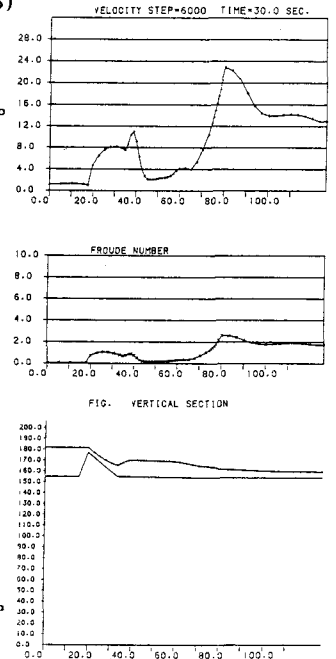


図-4 洪水吐き中心断面図
(Time=30.0s)