

## II-176

## 代数的応力モデルの複断面直線管路流れへの適用性の検討

長岡技術科学大学 正会員 河原 能久  
 東京大学工学部 正会員 玉井 信行

## 1. はじめに

非円形断面をもつ直線管路の乱流では第二種二次流が存在する。この流れは等方的な渦動粘性係数を用いるモデルでは再現されない。このため、代数的応力モデル（Algebraic Stress Model）が Launder-Ying や Naot-Rodi, Demuren-Rodiらにより提案され、長方形や台形断面の管路流れや開水路流れに適用されている。本報は代数的応力モデルのうち経験的な定数の数が最も少ない Launder-Ying モデルを複断面管路流れに適用しモデルの有効性を検討するものである。

## 2. 基礎方程式と数値解析法

解析対象と座標系を図-1に示す。主流方向にX軸、底面に垂直方向にY軸、平行方向にZ軸を採る。密度の一定な定常流れを扱う。基礎方程式は連続の式、レイノルズ方程式、乱れエネルギー（k）及びその逸散率（ε）の各輸送方程式であり、表-1（a）のように表現できる。本報で用いた乱流モデルは Launder-Ying により提案され、Gessner-Emery, 中山らによって拡張されたものである。このモデルではレイノルズ応力を表-1（b）のように表現する。また、モデル中の定数値は表-1（c）のようである。境界条件は壁面及び対称面にて与えられる。壁面では壁関数法を用いる。入口ではすべての変数に一様分布を与える。

格子点配置はスタガードメッシュである。収束には連続の式を満足させつつ圧力と速度を同時に緩和しながら解くSIMPLEアルゴリズムを用いた。計算においては、断面寸法、流量を与え、流れが十分発達すると考えられる距離（水力直径の100倍程度）まで計算した。

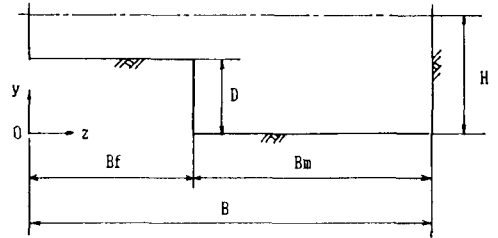


図-1 解析対象と座標系

## 3. Tracy の実験結果と計算結果との比較

Tracy の行った実験条件は  $B=51.2\text{cm}$ ,  $B_m=30.5\text{cm}$ ,  $H=16.2\text{cm}$ ,  $D=11.1\text{cm}$  であり壁面は滑面である。測定のため殆ど全てが低水路内に限られているため、以下の実験結果には高水数省略されている。計算ではY軸方向に15点、Z軸方向に23点の格子点を設定し  $Re=2.9 \times 10^5$  で計算している。図-2は主流速度分布の比較をしている。計算結果は等流速線の隅角部への張り出しを再現している。しかし、低水路と高水数との境界部近傍や低水路中央の等流速線の曲がりにはやや異なる点も見られる。これらは、図-3に示す二次流の流速分布の違いによる。実験結果では4つのセル状のパターンが存在する。そのなかでも低水路左岸の側壁に沿い上昇し低水路中央から下降する二次流のセルは大きくなっている。計

表-1（a）基礎方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} (u, \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i}) = s_i$$

$$\phi = 1, \quad \Gamma = 0, \quad s_i = 0$$

$$\phi = u, \quad \Gamma = \nu + \nu_t, \quad s_i = g \sin \theta - \frac{d}{dx} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\tau_{xy}}{\rho} - \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tau_{xz}}{\rho} - \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\phi = v, \quad \Gamma = \nu, \quad s_i = g \cos \theta - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tau_{xy}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\tau_{yz}}{\rho}$$

$$\phi = w, \quad \Gamma = \nu, \quad s_i = -\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{P}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\tau_{yz}}{\rho} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\tau_{xz}}{\rho}$$

$$\phi = k, \quad \Gamma = \nu + \nu_t / \sigma_k, \quad s_i = P - \epsilon$$

$$\phi = \epsilon, \quad \Gamma = \nu + \nu_t / \sigma_\epsilon, \quad s_i = (c_1 P - c_2 \epsilon) \epsilon / k$$

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon}, \quad P = \frac{\tau_{xy}}{\rho} \frac{\partial u}{\partial x_i}$$

## (b) レイノルズ応力（Launder-Ying モデル）

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = 2 \nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - c' k, \quad \frac{\tau_{xy}}{\rho} = \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \frac{\tau_{yz}}{\rho} = \nu_t \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\tau_{yx}}{\rho} = c' \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - c' k, \quad \frac{\tau_{yz}}{\rho} = c' \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 - c' k,$$

$$\frac{\tau_{zx}}{\rho} = c' \nu_t \frac{k}{\epsilon} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

## (c) 定数値

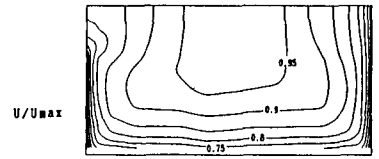
$$c_\mu = 0.09, \quad c'_{1s} = 0.915, \quad c'_{1k} = 0.522, \quad c'_{1\epsilon} = 0.0185, \quad c_1 = 1.44, \quad c_2 = 1.92, \quad \sigma_k = 0.9, \quad \sigma_\epsilon = 1.3$$

算結果は二次流のセル状のパターンについては実験結果と類似の結果を与える。しかし、計算結果は高水敷側の低水路下方にみられる二次流を強めに、低水路側壁に沿い上昇する二次流を小さめに算出している。図-4はレイノルズ応力 $\tau_{xy}$ について比較したものである。低水路底面近傍の $\tau_{xy}$ が実験値より大きめに計算されている。しかし、計算値は実験結果にみられる $\tau_{xy}$ の負の領域をも表現しており、全体的に妥当な結果を与えている。図-5はレイノルズ応力 $\tau_{xz}$ について対比したものである。主流の速度分布の違いにより高水敷側や低水路中央の $\tau_{xz}$ の大きさや分布にやや相違があるが、計算結果は $\tau_{xz}$ の傾向を比較的良好に再現していると考えられる。

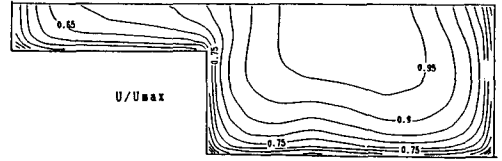
複断面流れの特徴は低水路の流れと高水敷の流れとの相互干渉である。主流の運動量の横断方向の輸送にはレイノルズ応力によるものと二次流によるものとがある。二次流が存在しない流れを $k-\epsilon$ モデルで求めた結果と比較すると、相互干渉に及ぼす二次流の効果について次のように言うことができる。1) 低水路と高水敷との境界近傍における主流の速度勾配を増加させレイノルズ応力による運動量輸送を大きくする。2) 移流による運動量輸送はレイノルズ応力によるものと同程度である。

#### 4. あとがき

Launder-Ying モデルは Demuren らが指摘するように第二種二次流の維持機構を正確に説明できるものではない。しかし、平均流速分布やレイノルズ応力（ $\tau_{xy}$ 、 $\tau_{xz}$ ）などの最も重要な水理量についてみる限り、このモデルは良好な結果を与えるものであることを確認した。今後、断面寸法や粗度の影響を系統的に検討する予定である。

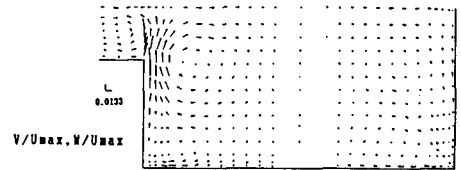


(a) 実験結果

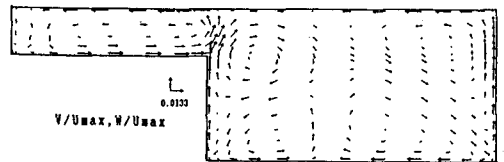


(b) 計算結果

図-2 主流速度分布の比較

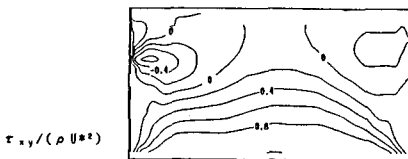


(a) 実験結果

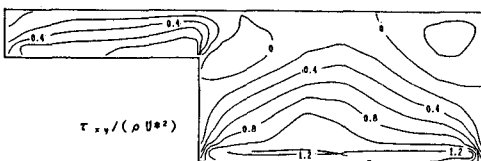


(b) 計算結果

図-3 二次流速度分布の比較

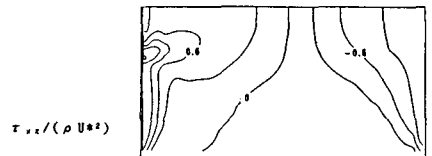


(a) 実験結果

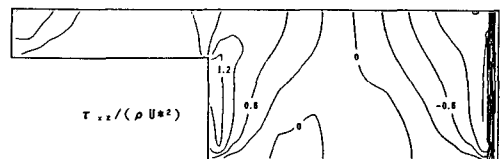


(b) 計算結果

図-4  $\tau_{xy}$ の比較



(a) 実験結果



(b) 計算結果

図-5  $\tau_{xz}$ の比較