

II-136

掃流砂から浮遊砂への遷移確率に関する基礎的検討

京都大学工学部 正 員 村上 正吾

京都大学工学部 正 員 中川 博次

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

京都大学大学院 学生員 後藤 仁志

1. まえがき 河川における移動床現象を理解するためには水流、流砂、河床形状の3者間の相互作用系の解明が必要であり、特に掃流砂と浮遊砂が混在する場合には両者を出来るだけ統一的に扱うことが肝要かと思われる。こうした統一的モデルを構成する上で掃流砂と浮遊砂の相互作用を表していると考えられる遷移確率についての検討を著者らは行ってきたが、本研究ではこれまでの状態確率としての遷移確率を流砂モデルに組み入れ易い、単位時間当りの確率密度(transition rate)として評価し直すとともに、その遷移規準に、より力学的合理性を持たせようと試みたものである。

2. 鉛直限界偏倚量に関する検討 掃流砂運動を河床面との衝突・反発によって不規則性が持たされるものの、その初速度によって確定される運動軌跡に従うsaltation運動によって代表させ、浮遊砂運動をこの軌跡から水流の乱れの作用によって急激に偏倚し、ランダム運動を示すに至った砂粒と定義する。この時ゆらぎはあるもののその平均値としての確定論的運動軌跡からの『ゆらぎ以上の偏倚・逸脱』を『遷移』とみなすと、軌跡上の各点の運動特性に応じたゆらぎ(鉛直偏倚量)の限界値が存在するものと考えられる。つまり、微小時間内の鉛直偏倚量が限界値 ξ_c 以下ならsaltation運動を継続し、以上なら浮遊運動に入ると考え、この限界値をもって遷移基準と考える。saltation上の点Aから微小時間 Δt に、B点に ξ_i だけ偏倚し(図-1参照)、この後、水流の乱れを考慮した運動方程式に従うものとして、この粒子が元のsaltation軌道に戻るか否かを検討する。元のsaltation軌道上の粒子は運動方程式(1)に、B点に偏倚した粒子は式(2)に従って運動する。 $M \cdot d\mathbf{v}_g/dt = C_D \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}_g| \cdot (-\mathbf{v}_{g0}) A_2 d^2 - W \cdots \cdots (1)$, $M \cdot d\mathbf{v}_g/dt = C_D \frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}' - \mathbf{v}_g| \cdot (\mathbf{v}' - \mathbf{v}_g) A_2 d^2 - W \cdots \cdots (2)$ ここで、 M =付加質量を考慮した砂粒の質量; W =砂粒の水中重量である。この時、2つの軌道上の砂粒の鉛直方向の相対速度 v_r と相対距離 ξ の間には次式が成立するものとする。 $v_r = d\xi/dt = f(\xi) \cdots \cdots (3)$ この式をA, B間の初期偏倚 ξ_i でテーラー展開すると、鉛直方向の相対距離に関する微分方程式が次のように得られる。 $f(\xi) = f(\xi_i) + f'(\xi_i)\xi + f''(\xi_i)\xi^2/2 \cdots \cdots (4)$ この方程式の解の特性は初期値に依存し、初期値が次式(5)で与えられる限界値より大きければ発散、小さければ一定値に収束する。 $\xi_c = g(\xi)/h(\xi)$; $g(\xi) = \pm \sqrt{3(dv_r/dt)^2/v_r^2 - 2(d^2v_r/dt^2)/v_r - (dv_r/dt)/v_r}$; $h(\xi) = [(d^2v_r/dt^2) - (dv_r/dt)/v_r]/v_r^2 \cdots \cdots (5)$ この限界鉛直偏倚量 ξ_c は乱れによって偏倚させられた地点での相対速度のみによってきまる。ここでは、この相対速度を偏倚を開始する地点での乱れ速度とみなし、 $v_{r0} = \mathbf{v}'$ とした。著者らによって行なわれたirregular successive saltationの結果より得られる平均的なsaltation上での限界鉛直偏倚量 ξ_c を求めたものが図-2であり、図に示されるように、砂粒の運動方向、乱れの作用方向によってその値は異なる。

3. 単位時間当りの遷移確率密度 任意の乱れに対する遷移に要する時間は次式で与えられる。 $\xi_c(\mathbf{v}') = \frac{1}{2} f(\xi_c | \mathbf{v}') T_{BS}^2(\mathbf{v}') \cdots \cdots (6)$ 乱れ $\mathbf{v}'$ が従う分布を $\phi(\mathbf{v}')$ とすると、平均的な遷移時間は次式で与えられる。 $\bar{T}_{BS} = \int_{-\infty}^{\infty} T_{BS}(\mathbf{v}') \phi(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' \cdots \cdots (7)$ ここで、 $\mathbf{v}'_c$ =saltationのある地点の ξ_c を産む $\mathbf{v}'$ である。いわゆるtransition rate p_T は $\bar{T}_{BS}$ の逆数として定義されるであろうから、 $p_T = 1/\bar{T}_{BS}$ として与えられる。ここでは簡単のため、遷移する砂粒の速度を粒子に作用する乱れ速度と等しいとし、全ての乱れが遷移に有効に作用した時の遷移確率 $p_{BS} = \int (\mathbf{v}'/\xi_c) \phi(\mathbf{v}') d\mathbf{v}' \cdots \cdots (8)$ を先ず求めた。さらに、遷移に有効な乱れ時間スケールを t_c とすると、遷移の状態確率は $\text{Prob.}[t < t_c] \cdots \cdots (9)$ と表され、式(8),(9)の積をもって平均的なtransition rate $p_T (= p_{BS} \cdot \text{Prob.}[t < t_c])$ とした。遷移の時間スケールは乱れを正弦波で与えたときの粒子が

ξ_c だけの応答を示す周波数と関連付けて評価した（図-3）。平均的saltation 軌跡上でのtransition rate の計算結果が図-4に示されている。

4. transition rate p_T の応用 こうした p_T を用いると掃流砂・浮遊砂が混在した場での流砂モデルの展開が容易になるが、ここでは拡散モデルと組み合わせて平衡状態における規準面濃度の評価を行う。掃流砂から浮遊砂への遷移による生成項 $S(y)$ を考慮した拡散方程式は次式で与えられる。 $-d/dy(w_0 C + \epsilon_s dC/dy) = S(y)$; $S(y)dy = \nu_g A_3 d^3 p_T f_B(y) dy \dots\dots(10)$ ここで、 w_0 = 砂粒の沈降速度； C =浮遊砂濃度分布； ϵ_s =浮遊砂の拡散係数； ν_g =掃流砂の移動数密度； $f_B(y)$ =掃流砂の存在確率密度である。河床での境界条件は浮遊砂から掃流砂への遷移とすることより、河床面での浮遊砂濃度 $C(0)$ として次式が得られる。 $C(0) = \int_0^d S(y)dy / w_0 \dots\dots(11)$ 濃度分布型に Rouse式を用い $y=0$ での濃度を $y=d/2$ の値で代用すると $C(0)=C(d/2)=C_a \cdot [(2h-d)/19h]^2$; $Z=w_0/\kappa u_*$ が得られ、式(11)と等値して、規準面濃度 C_a は次のように表される。 $C_a = \nu_g A_3 d^3 \bar{p}_T / w_0 / [(2h-d)/19h]^2 \dots\dots(12)$ ν_g は平衡流砂量式（ここではSwiss 式）と掃流砂の平均存在高さにおける流速で砂粒移動速度を表わすことより求められ、式(12)に従って得られた規準面濃度と従来の実験値とを比較したものが図-5であり、良好な一致を見せている。

5. あとがき 本研究では平均的saltation 軌跡上での掃流砂から浮遊砂の限界偏倚量と、それに基づいて遷移確率密度の評価を行い、その応用として浮遊砂の規準面の評価を行い比較的簡単な形の式を得、実測値とも良好な対応を示していることを確かめた。今後は流砂モデルの掃流砂と浮遊砂の相互作用を示すサブシステムとしてより洗練された形にするために、saltation 特性量の分布形の考慮、遷移の時間スケールについてさらに検討を行うつもりである。なお、本研究の遂行に当って、八杉隆君（当時京都大学大学院、現阪急電鉄）の協力を得たことを記して謝意を表します。

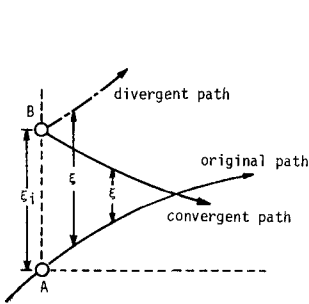


図-1 定義図

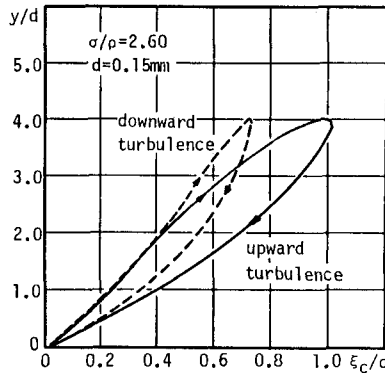


図-2 平均的saltation 軌跡上での ξ_c

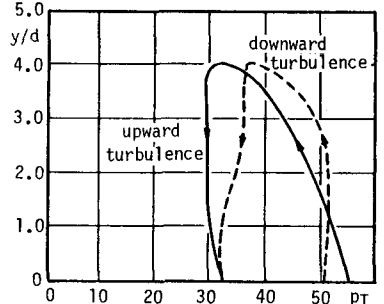


図-4 平均的saltation 軌跡上での p_T

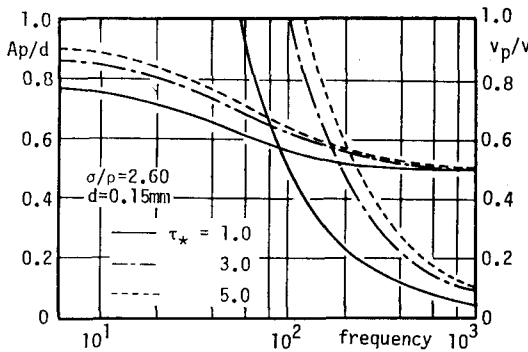


図-3 水流の乱れに対する粒子の応答特性

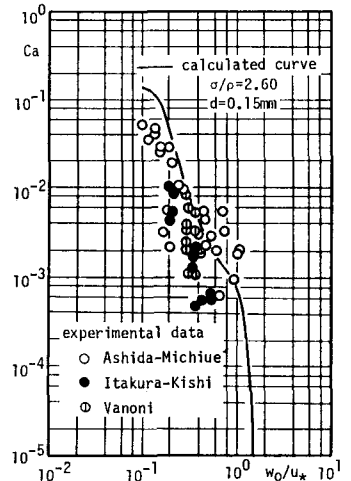


図-5 $C_a \sim w_0/u_*$