II-116 自由蛇行理論と Regime Theory との関連について

日本大学工学部　正員　○木村喜代治　髙橋迪夫　長林久夫

河川の蛇行に関する研究は古くから行われているが，ここの自由蛇行理論とは著者がこれまでに[1]提案したものをいう．　その基本的概念は　①水流は自ら安定するように流路を形成する　②この流路は流れに必要なエネルギーが最小になるような形状をとる，である．　木下[2]により固定壁直線水路内でも砂州の発生によって水流の蛇行を生ずることが指摘され，近年はこの関連で蛇行の発生，発達などの研究がなされた．さらに，蛇行の平面形状を与え，この水路内での流れを解析し，その発達条件，卓越波長などを求める問題などが研究[3]された．　池田（宏）[4]は河床形態との関係で河川をながめてみると砂州などの形成されていない下流部分にむしろ大きな河道の蛇行がみられることを示した．　池田（駿）ら[3]は砂州は中規模河床形態の一つであり，自由蛇行そのものとはいえないのではないかとのべている．　著者の理論では移動床は動的安定状態ということで考慮し，河床形態に関する考慮は直接入っていない．　流れを巨視的に平均的に取り扱い半波長を思考の第一義的範囲としている．　従って半波長内でエネルギーの総和が最小の安定状態を想定している．　沖積河川であれば動的安定を考えるのであるから，経験則である regime theory の考えている状態とほぼ同じであるとみてよいであろう．　まづ流れを長方形断面と仮定し水理量の関係をもとめる．これに regime theory の水深，勾配などの関係を用いて蛇行に関する諸元を求めた．

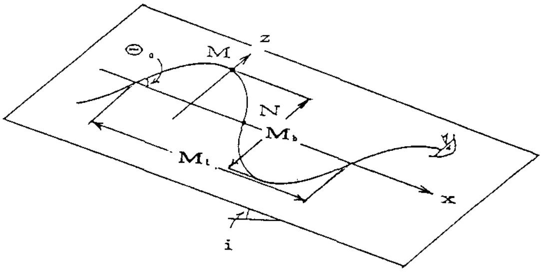

Fig. 1

前報[1]の記号を用いると蛇行に関する無次元量 K_i は

$$K_i=\sqrt{\left(\frac{gA^3\ell^3\sin i}{12IQ^2}\right)}=2m^{3/2}K(k) \qquad (1)$$

この流域勾配（谷勾配）$\sin i$ と平均水路勾配 i_0 の関係は $\sin i=i_0\dfrac{K(k)}{2E(k)-K(k)}$ となるから

$$\frac{1}{c}=\left(\frac{6IQ^2}{gA^3\sin i\cdot K(k)}\right)^{1/3}=\left(\frac{6I}{gA^3 i_0}\right)^{1/3}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{1/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{2/3} \qquad (2)$$

１波長の蛇行長Ｌ，波長 M_l，振幅 M_b，また頂点の曲率半径Ｒとすると[5]（参考文献５）のＡ＝１／ｃ）

$$\left.\begin{array}{ll} L=4/c\cdot K(k), & M_l=4/c\cdot[2E(k)-K(k)] \\ M_b=4/c\cdot k, & R=1/c\cdot 1/(2k) \end{array}\right\} \qquad (3)$$

近似的に断面を長方形と仮定すると式（２）は

$$\frac{1}{c}=\left(\frac{1}{2gh_0^2 i_0}\right)^{1/3}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{1/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{2/3} \qquad (4)$$

ここで h_0，i_0 などに regime theory の式を代入する．　代表的 regime theory の式として Lacey, Inglis, Blench の各式[6]を用いてみる．

Lacey では（広長方形とし，径深≒水深とする）

$$h_0\fallingdotseq\frac{0.4725Q^{1/3}}{f^{1/3}}\quad,\quad i_0=\frac{5.47\times10^{-4}f^{5/3}}{Q^{1/6}}$$ であるから

$$\frac{1}{c}=\frac{5.03}{f^{1/3}}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{1/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{1/2} \qquad (5)$$

ただし f：silt factor． Inglis では

$$h_0=\frac{\alpha_4\ \nu^{1/9}\ d_s^{\ 1/6}\ Q^{1/3}}{g^{1/18}\ (C\omega)^{1/3}},\quad i_0=\frac{\alpha_5\ (C\omega d_s)^{5/12}}{\nu^{5/36}g^{1/18}Q^{1/6}}$$ であるから

$$\frac{1}{c}=\frac{0.303\ (C\omega)^{1/12}}{\alpha_4^{\ 2/3}\ \alpha_5^{\ 1/3}\ d_s^{\ 1/4}\ \nu^{1/36}}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{1/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{1/2} \qquad (6)$$

α_4，α_5：定数，ν：動粘性係数，ω：沈降速度． そして Blench によれば

$$h_0=\left(\frac{F_s\ Q}{F_b^{\ 2}}\right)^{1/3},\quad i_0=\frac{F_b^{\ 5/6}\ F_s^{\ 1/12}\nu^{1/4}}{3.63\ (1+C/2330)\ g\,Q^{1/6}}$$ であるから

$$\frac{1}{c}=\frac{1.22F_b^{\ 3/18}\ (1+C/2330)^{1/3}}{F_s^{\ 1/4}\ \nu^{1/12}}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{1/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{1/2} \qquad (7)$$

F_b ：bed factor，F_s :side factor． ただし式（5），（6），（7）は ft-sec-unit である．

これまでに蛇行波長，蛇行振幅，曲率半径などの河川蛇行諸元に関する経験式が多数発表されており[7]，これらによると波長，振幅はほぼ$Q^{1/2}$ に比例することが知られている． また蛇行曲率半径もほぼ$Q^{1/2}$ に比例するとみて大差がない． それらの比例定数は一定ではない． 本報によれば式（3）と式（5）～（7）とよりわかるように，著者の理論式に Lacey,Inglis,Blench などの regime theory の関係を用いるとL，M_l, M_b, Rなどが$Q^{1/2}$ に比例することがわかる． 蛇行中心線が Elastica の曲線であるから k（楕円積分の母数）により曲線の形状（スケールではない）がきまる． 蛇行半波長においてその偏向角の半分をθ_0 とすると $k=\sin(\theta_0/2)$ である．一つの例として$\theta_0=1/2$ ラヂアン（著者らによる東北地方数河川および Assafi[8] による Mississippi 河の調査での最多偏向角より）とすると式(3)，(5) より

$$M_l=\frac{20.1}{f^{1/3}}\cdot\frac{[2E(k)-K(k)]^{4/3}}{[K(k)]^{2/3}}Q^{1/2}=\frac{25.2}{f^{1/3}}Q^{1/2} \qquad \text{(ft-sec-unit)}$$

となる． これは例へば Dury[9] の $M_l=30Q^{1/2}$ にほぼ対応するものであろう． 式(2)，式(3) との関係で明らかなように，本報によれば蛇行諸元と水理量の関係が明瞭である． また一つの例として長方形断面と仮定し regime theory による水深，勾配などの関係を用いると，従来の経験式のM_l, M_b, Rなどが$Q^{1/2}$ に比例するという点で同様な関係が導かれる．このことは経験式に対し一つの根拠を与えることになる． 経験式の流量は年平均洪水量とか bankfull discharge などと規定している． 本報は流量を拘束していない． よって本報を河川に適用するに際し，平面形状を支配する流量をどの程度にすべきかに問題がのこる．

参考文献

1）木村喜代治・髙橋迪夫・長林久夫：昭和60,61 年年講（自由蛇行流に関するもの）．
2）木下良作：河床における砂礫堆の形成について，土木論文集42,1957.
3）例へば池田駿介・日野幹雄・吉川秀夫：河川の自由蛇行に関する理論的研究，土木論文集255,1976.
4）池田宏：砂礫堆からみた河床形態のタイプ形成条件，地学評論48-10,1975.
5）木村喜代治：路線の平面線形へのエラスチカ曲線の適用，土木論文集330,1983.
6）例へば吉川秀夫：河川工学，朝倉書店，昭和41.
7）例へば J.Zeller:Flußmorphologische Studie zum Mäaderproblem,Geographica Helvetica 22,1967.
8）H.W.Shen:River Mechanics ,Chapter 20,1971.
9）G.H.Dury:Theoretical Implications of Underfit Streams,Geological Survey Professional Paper 452-C,1965.