

II-110

豪雨型山腹崩壊の発生個数分布に関する確率論的考察

徳島大学工学部 正員 端野道夫
 徳島大学大学院 ○学生員 武田理

1. ま え が き あるメッシュ内において崩壊が図-1のように発生した時崩壊個数の数え方として、①樹枝状崩壊(点線で囲んだ部分)を切り離して数える場合と、②樹枝状崩壊を一つの崩壊群として1個と数える場合の二つが考えられる。前報では、①の場合の崩壊発生個数の確率分布はポアソン分布よりむしろ負の二項分布に従うことを明らかにした。¹⁾ 本報では、負の二項分布の解釈として非定常ポアソン過程におけるポアソン分布の混合分布と考え、②の場合の確率分布について考察を行った。対象流域、崩壊データは前報¹⁾と同様、徳島県那賀川上流長安口ダム流域において昭和51年台風17号によって発生した崩壊を用い、流域を250m×250mのメッシュに分割し、その中から図-2に示すように100個のメッシュを一つのグループとして17組抽出した。

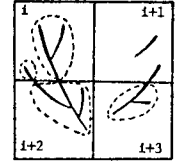


図-1 メッシュにおける崩壊発生個数の数え方

2. 崩壊発生個数の確率分布のモデル化

1) 崩壊発生個数の確率分布 いまある期間Tにおける崩壊の発生率が時刻t(0<t<T)の発生に依存するような確率過程(非定常ポアソン過程)を考える。時間tにおける崩壊発生個数をNとするとその生起確率P_tは(1)式のようにポアソン分布で表すことができる。ここにΛ(t)は時間tの発生率であり(2)式で与えられ(3)式に示すガンマ分布に従うと仮定する。²⁾ この場合の平均m_Aと標準偏差σ_Aは(4)式で与えられ、k, βはパラメータでありkは時間tの関数とする。換言すれば崩壊発生個数の生起確率P_tはポアソン分布とガンマ分布の混合分布、すなわち負の二項分布((5)式)で表すことができ、t=Tでの平均μ(T)と標準偏差σ(T)は(6)式で与えられることになる。また負の二項分布の特性¹⁾より(5)式は任意のメッシュiについても成り立つはずであり、メッシュiの崩壊発生個数の期待値はΛ_i(T)を推定することによって求められる。

2) Λ_i(T)の回帰式 メッシュiにおける時刻sの崩壊発生率λ_i(s)を(7)式のように素因群(λ_{io})と誘因群(λ_{ir}・s)の和で表すと期間Tの崩壊発生率Λ_i(T)は(8)式で与えられる。一方、有意な変数を変数増減法による回帰分析によって選択し数量化理論第I類を適用すればΛ_i(T)は(9)式のように素因、誘因の線形和で表される。Λ_i(T)が推定できればそれにβを乗じk_i(T)が得られ(10)式に用いればメッシュiでの崩壊発生確率Q_i(T)を求めることができる。また、Q_i(T)=1/2とおくことによって崩壊が1/2の確率で発生すると思われる時刻t_iを推定することもできる。

3. 対象流域における解析例 崩壊の発生に関連すると思われる要因として、最大斜面の凹凸形状等の地形特性、谷次数、伐採、貯

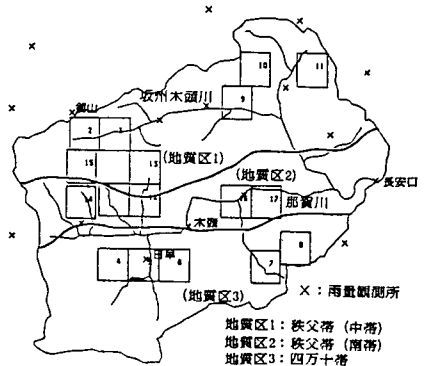


図-2 対象流域と代表メッシュの位置および地質区分

$$P_t(N=x) = \exp(-\Lambda(t)) \Lambda(t)^x / x! \quad (1)$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(s) ds \quad (2)$$

$$f(\Lambda) = \beta^k \Lambda^{k-1} \exp(-\beta\Lambda) / \Gamma(k) \quad (3)$$

$$m_A = k(t)/\beta, \quad \sigma_A = k(t)/\beta^2 \quad (4)$$

$$P_t(N=x) = \binom{x+k(t)-1}{x} p^{k(t)} q^x \quad (5)$$

$$p = \beta / (\beta + 1), \quad q = 1 / (\beta + 1)$$

$$\mu(T) = k(T)q/p, \quad \sigma(T) = \sqrt{k(T)q/p^2} \quad (6)$$

$$\mu(T) \equiv E(\Lambda(T))$$

$$\lambda_i(s) = \lambda_{io} + \lambda_{ir} \cdot s \quad (7)$$

$$\lambda_{io}, \lambda_{ir}: \text{それぞれ素因, 誘因による崩壊発生率}$$

$$\Lambda_i(T) = \int_0^T \lambda_i(s) ds = \lambda_{io} \cdot T + \lambda_{ir} \cdot T^2 / 2 \quad (8)$$

$$\Lambda_i(T) = a + AX \cdot T + 2BY \cdot T^2 / 2 \quad (T=1) \quad (9)$$

$$AX = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^M \delta_{ijm} \xi_{jm} + \sum_{l=1}^L Z_{il} \beta_l$$

$$BY = \sum_{l=1}^L Z_{il} \beta_l'$$

$$Z_{il}, Z_{il}': \text{素因, 誘因の量的変数のメッシュi}$$

$$\text{での値}$$

$$\beta_l, \beta_l': \text{素因, 誘因の量的変数の回帰係数}$$

$$\delta_{ijm}: \text{メッシュiのアイテムj, カテゴリー-mに}$$

$$\text{おけるカテゴリ-値}$$

$$\xi_{jm}: \text{アイテムjのカテゴリ-mに対する重み}$$

$$Q_i(T) = 1 - p^{k_i(T)} \quad (10)$$

留高を取り上げた。メッシュ i での崩壊発生率すなわち崩壊発生個数の期待値 $E(\Lambda_i(T))$ の推定法は前報と同様である。ここでメッシュ i の崩壊発生個数の実測値を $\Lambda_i(T)$ とし、推定値と実測値を累加したもの

の関係を図-2に示した地質区ごとに表したものが図-3である。破線は(4)式に示した標準偏差 σ_A を用いて描いた線である。この図によれば、累加崩壊個数のバラツキは推定値の標準偏差を2倍した範囲に入っていることから崩壊発生個数の確率分布はほぼ負の二項分布に従うといえる。また、図-4は(10)式より求め

た崩壊発生確率 $Q_i(T)$ と崩壊発生個数の関係を表したものである。発生個数が0個において $Q_i(T)$ はメッシュごとのバラツキが大きく、また崩壊発生確率 $Q_i(T)$ は地質によって異なっている。図-5は崩壊発生確率 $Q_i(T)$ が $1/2$ になる時刻 t_{c1} と発生個数との関係を表したものである。図によれば、崩壊の発生はほぼ降雨終了時 ($t=T=1$) 前後であることがわかるが、崩壊発生時刻の実測値データが残念なことからこの推定値の妥当性を確認することはできない。

図-6は全流域の半分のメッシュデータを用いて(9)式の回帰式を作成し、残りのメッシュデータによって $E(\Lambda_i(T))$ 、 $Q_i(T)$ 、 t_{c1} を求め、それぞれ崩壊発生個数の実測値との関係を表したものである。

$Q_i(T)$ 、 t_{c1} については地質区ごとの場合と同様なことがいえるが、 $E(\Lambda_i(T))$ については実測値が0.5付近から推定値の方がかなり大きくなっている。これは回帰式を作成する際のメッシュデータの大半が最も崩壊個数の多い地質区1のものであり、残り半分のメッシュデータが崩壊個数の少ない地質区2、3のものであることに起因しているのではないと思われる。

4. ま と め ②の場合の崩壊個数の確率分布はポアソン分布に従うと予想されたが、むしろ負の二項分布に近い分布となることが認められた。このことは、非定常ポアソン過程におけるポアソン分布の混合分布で理論的に裏付けされ、崩壊発生確率 $Q_i(T)$ 及び崩壊が $1/2$ の確率で発生すると思われる時刻 t_{c1} の推定も可能である。

参考文献:1) 端野道夫、武田理; 第41回土木学会年講, 1986

2) 竹内啓、藤野和健; 二項分布とポアソン分布, 東京大学出版会, 1981

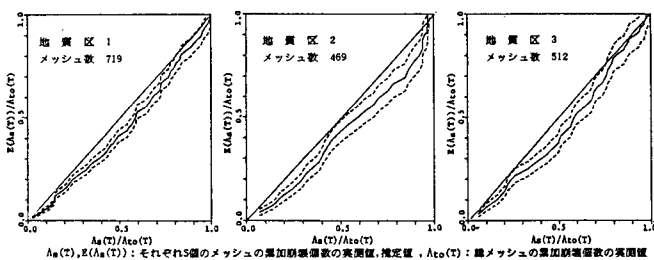


図-3 累加崩壊個数の推定値と実測値の関係

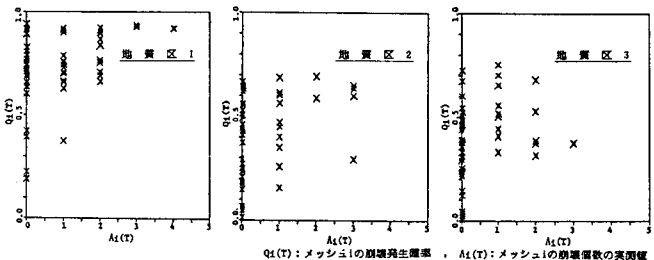


図-4 崩壊発生確率と崩壊個数の関係

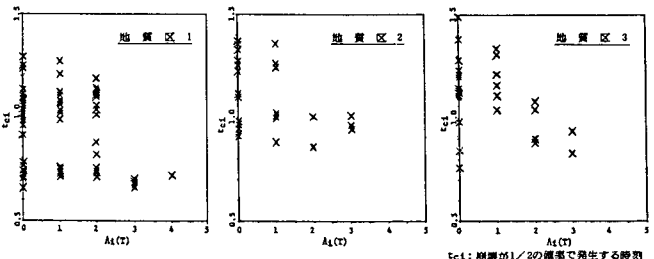


図-5 発生確率1/2に対する時刻と崩壊個数の関係

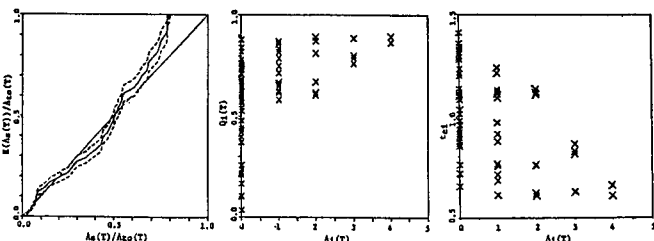


図-6 チェッキングデータに対する $E(\Lambda_i(T))$ 、 $Q_i(T)$ 、 t_{c1} と崩壊個数の関係