

II-104 粒状体の流動現象への マルコフ・モデルの適用に関する一考察

鹿児島大学工学部 正 員 北村 良介

1、まえがき

北村は、マルコフ・モデルと称する粒状体の力学モデルを提案し、圧縮、せん断、圧密等の粒状体の静的な挙動をマルコフ・モデルが良好に表現できることを明かにした¹⁾。ここに、粒状体とは、土質材料のように不規則な粒子の集合体、すなわち、固相、気相、液相よりなる多相混合体を意味している。北村は、さらに粒状体の動的問題である流動現象へもマルコフ・モデルを適用するための基本的なアイディアを提案している²⁾。

本報告では、粒状体の流動現象への適用に際しての定式化、問題点等について、連続体力学の手法と対応させながら若干の考察を加えることにする。

2、連続体力学における定式化

連続体力学においては、通常、質量保存則から導かれる連続式、運動量保存則から導かれる運動方程式、および、材料の物性を反映した構成式を連立させて問題が解かれる。図-1(a)は、連続体力学における定式化を図示したものである。図における構成式として等方弾性体に対する式を用いれば、基礎方程式としてNavierの方程式が、また、ニュートン粘性流体に対する式を用いれば、Navier-Stokesの方程式が導かれる。

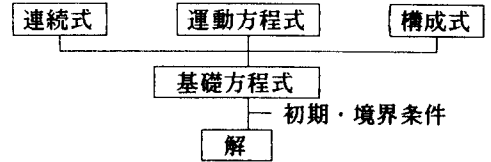


図-1 連続体の力学

力学的エネルギーだけを考えると、エネルギー保存則から導かれるエネルギー方程式は運動方程式と同値であるが、熱的過程が無視できないときはエネルギー方程式を独立に連立させなければならない。

3、粒状体の静的問題に対するマルコフ・モデルの適用手順

本節では前節で述べた連続体力学における定式化との対応を考慮しながら静的問題に対するマルコフ・モデルの適用手順を概説する。マルコフ・モデルは変形過程での土粒子の運動に着目し、粒状体の応力～ひずみ関係を導こうとするものである。すなわち、土粒子程度のスケールでの考察が基礎になっている。これ

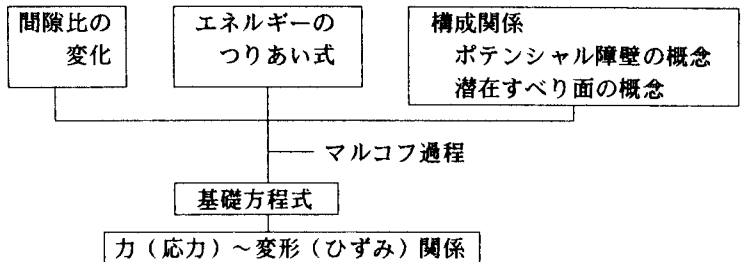


図-2 静的問題に対する
マルコフ・モデルの定式化

は、連続体力学における微小要素での考察と対応している。連続体力学における質量保存則は、マルコフ・モデルでは間隙比の変化を考慮することによって満足される。また、静的問題に対してマルコフ・モデルでは、運動方程式の代わりにエネルギーのつりあい式が満足されている。すなわち、粒状体になされた仕事は粒状体の可逆な変形、及び、粒子間のすべりによって生ずる不可逆な変形に寄与するエネ

ルギーと等値されている。そして、ポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念を導入し、さらに、土粒子の運動はマルコフ過程に従うものとみなしている。そうすると、ある与えられた応力状態で、ある応力増分が与えられると、応力は粒子間力に変換され、変形量（ひずみ）が誘導される。図-2は、マルコフ・モデルにおける定式化を図示したものである。2,3節での議論をまとめ、図-1,2に示される連続体力学とマルコフ・モデル（粒状体力学）での定式化の対応を考えると、連続式と間隙比の変化、運動方程式とエネルギーのつりあい式、構成式とポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念が対応している。すなわち、マルコフ・モデルにおけるポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念は粒状体の静的変形過程における接点角の変化を規定する概念であり、粒状体の物性を反映した構成関係とみなすことができる。

4、粒状体の動的問題へのマルコフ・モデルの拡張

ここでは、粒状体の動的問題として流動現象を取り上げ、土石流を想定しながら、マルコフ・モデルの動的問題への拡張を考える。

土石流を解析するに際し、発生、流動、堆積過程に分けて議論される場合が多い。ここでは、マルコフ・モデルを適用し、挙動を統一した形で取り扱うことができないかを考える。発生、堆積過程における粒状体の運動は、隣接する粒子が接している場合が多いであろうから、3節の手法を直接適用することは可能であろう。しかし、流動過程においては、隣接する粒子が接している時間は微小であり、浮遊した土粒子が衝突を繰り返して変形しているものと考えられる。したがって、粒状体の流動現象を統一的に取り扱うためには、隣接する粒子の接点角の変化を規定したポテンシャル障壁の概念、潜在すべり面の概念に粒子が浮遊し、衝突を繰り返しながら流れていく過程での新たな構成関係を付け加えねばならない。静的な問題に対し、マルコフ・モデルでは、土粒子の不連続な運動を落ち込み、割りこみと称して評価しているが、その物性は考慮しなくてもよかった。しかし、流動現象への適用に際しては、前述の土粒子の不連続な運動を規定する構成関係が明らかにされなければならない。そうすれば、粒状体の流動現象はマルコフ・モデルを用い統一的な解析が原理的に可能となるものと考えられる。

5、あとがき

マルコフ・モデルを流状体の流動現象へ適用する際の理論的な骨格、及び、問題点等について連続体力学の定式化と対比させながら議論した。粒状体の流動過程での構成関係、すなわち、浮遊し、粒子が衝突を繰り返しながら流れていく過程における力学的な法則を見つけなければならない。そのためには、まず実験、現場計測が必要である。今後は、粒状体力学（不連続体力学）の立場に立てば、どの様な実験、現場計測をやれば効率よく安価に本質を知ることができるのかを考えていきたい。

最後に、貴重な助言をいただいた九州大学の橋本晴行助教授に謝意を表します。

参考文献

- 1) 北村良介：マルコフ過程を用いた粒状体の力学モデル、昭和61年度科研費研究成果報告書、1987
- 2) 北村良介：粒状体の流動現象に関する一考察、第41回年次学術講演会、pp349-350, 1986