

八代高専 正員 藤野和徳
九州大学 正員 上田年比古

1. はじめに

近年、海岸地域では地下水の塩水化が生じ問題となっている地域が増えている。この対策としては、井戸からの揚水量を減らしたり、遮水壁（矢板）を設置し浸透層を長くしたりまた淡水注入（ウォーターカーテン）により地下水位を高くする方法が考えられる。

本報は塩水の侵入を暗きよからの淡水注入により制御する場合について検討する。なお、塩水侵入制御の定式化については文献1)に述べており、ここでは必要なものを整理、記述し、被圧地下水を解析対象として、暗きよの位置や注水方法等について検討する。

2. 淡塩界面の挙動の解析

解析モデルを図-1に示す。淡水、塩水領域にそれぞれ $\phi f = \{p / (\rho f \cdot g)\} + y$ 、 $\phi s = \{p / (\rho s \cdot g)\} + y$ なるポテンシャルを定義し、ダルシー則と連続の式を適用すると、

$$\text{淡水領域 } \partial^2 \phi f / \partial x^2 + \partial^2 \phi f / \partial y^2 = -(Q/k) \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (1)$$

$$\text{塩水領域 } \partial^2 \phi s / \partial x^2 + \partial^2 \phi s / \partial y^2 = 0 \quad (2)$$

ここに、 k ：透水係数、 ρf ：淡水密度、 ρs ：塩水密度、 Q ：暗きよからの単位奥行き当りの淡水注水量、 (x_0, y_0) ：暗きよの位置、 δ ：デルタ関数である。次に、数値解析のため、図-2のように、淡水と塩水の領域の境界を線分要素に分割し、式(1)、(2)を境界要素法を用いて離散化すると、

$$A \nabla \phi f = B \nabla \phi f' - C Q \quad (3) \quad D \nabla \phi s = E \nabla \phi s' \quad (4)$$

ここに、 $\nabla \phi$ 、 $\nabla \phi'$ はそれぞれポテンシャルおよび法線方向のポテンシャル勾配ベクトルである。

次に、境界条件を式(3)、(4)に代入し、淡塩界面上の法線方向のポテンシャル勾配 $\nabla \phi f'$ を求め、さらに有効空隙率を λ 、淡塩界面の x 座標を $\xi(y, t)$ とし、その挙動を求める。

$$d\xi/dt = R - S Q \quad (5)$$

$$R = K^{-1} F^{-1} \{(\rho s - \rho f) Y + H\} \quad (6)$$

$$S = K^{-1} F^{-1} G \quad (7)$$

ここに、 K は淡塩界面の節点個数の正方行列で、対角要素のみ $-(\lambda/k) \cos(n, x)$ の値をもつ。

3. 淡水注入による塩水侵入の最適制御

一般に、塩水侵入状況はくさび先端が最も内陸部に位置する。したがって、ここでは注水総量が最小の状態で、くさび先端節点（図-3の c ）ができる限り停留位置（図-3の ξc^* ）に一致するようにボントリヤーギンの最大原理を用い、注水操作を行なうこととする。

淡塩界面の節点の挙動は式(5)で表される。このなかのくさび先端節点 c の x 方向の挙動は、

$$d\xi c/dt = R c(t) - S c(t) \cdot Q \quad (8)$$

塩水侵入の最適制御の評価指数を式(9)で与える。これを最小化することでくさ

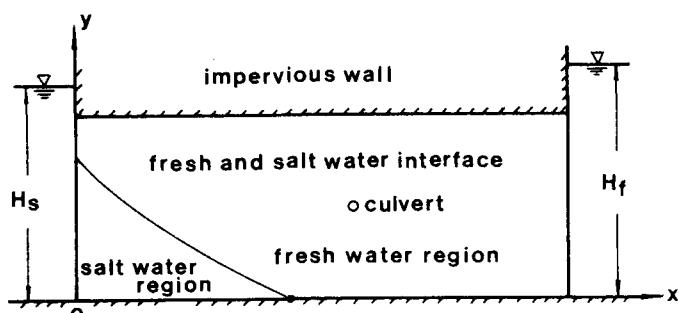


図-1 解析領域

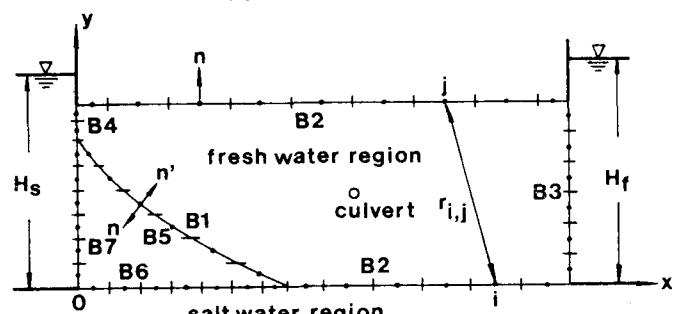


図-2 要素分割図

び先端節点は停留位置近傍にとどまり、また注水量は最小となると考えられる。

$$PI = \int \{ \alpha (\xi c^* - \xi c)^2 + \beta Q \} dt \quad (9)$$

$$0 \leq Q \leq Q_{max}$$

ここに、 Q_{max} は注水量の最大値であり、ポンプの容量に相当する。

式(9)の評価指数を最小にする注水操作およびくさび先端節点の最適軌跡を求めてみよう。ポントリヤーギンの最大原理では、Lagrangeの乗数関数 λ を付加した次式の状態関数 H を考える。

$$H = \alpha (\xi c^* - \xi c)^2 + \beta Q + \lambda \{ R c(t) - S c(t) \cdot Q \} \quad (11)$$

注水量 Q は H を最小にすることで得られ、式(13)の操作となる。この式(13)中の λ は次式(14)、(15)より与えられる。

$$\beta - \lambda S c(t) \geq 0 \text{ では } Q = 0$$

$$\beta - \lambda S c(t) \leq 0 \text{ では } Q = Q_{max}$$

$$d\lambda/dt = -\partial H/\partial \xi c = -2\alpha(\xi c^* - \xi c) \quad (13)$$

$$d\xi c/dt = \partial H/\partial \eta = R c(t) - S c(t) \cdot Q \quad (14)$$

4. 対応結果と検討

淡水密度 $\rho_f = 1.0 \text{ g/cm}^3$ 、塩水密度 $\rho_s = 1.025 \text{ g/cm}^3$ 、透水係数 $k = 25.92 \text{ m/day}$ 、停留位置 $\xi c^* = 7.2 \text{ m}$ とし、淡水位 $H_f = 10.0 \text{ m}$ 、塩水位 $H_s = 10.0 \text{ m}$ の状態が3.5日間続く場合について、本最適制御を適用する。

図-3は暗きよの高さを固定したとき、くさび先端節点を海側へ後退させ得る最小の注水量を与える暗きよのx方向の位置を示している。また図-4はそのときの注水量 Q を示している。また、図-5は式(9)の重み関数である α および注水量 Q_{max} を変化させた場合の最適制御時の注水操作、くさび先端節点の挙動を示しており、塩水侵入制御がなされている。

くさび先端節点が停留位置より内陸側にあり、暗きよの位置がくさび先端節点より海側に位置する場合、注水を行えばくさび先端節点は内陸部へ移動する。また暗きよの位置によっては同じ注水量 Q_{max} でも塩水侵入制御ができない場合がある。したがって、まず暗きよの位置を定め、次に本最適制御を適用する必要がある。今後の検討として、評価指標については2次形式の採用し、またこの制御手法を不圧地下水へ適用したいと考えている。

参考文献

- 藤野他 淡水注入による地下塩水くさびの最適制御について 地下水学会誌 第28巻第4号

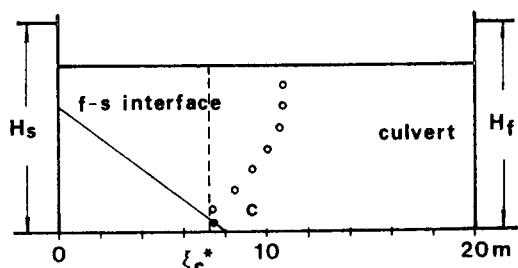


図-3 最小注水量の暗きよの位置

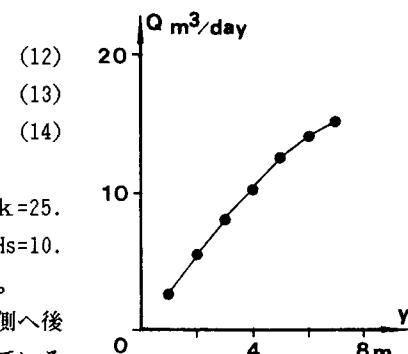


図-4 暗きよ位置と最小注水量

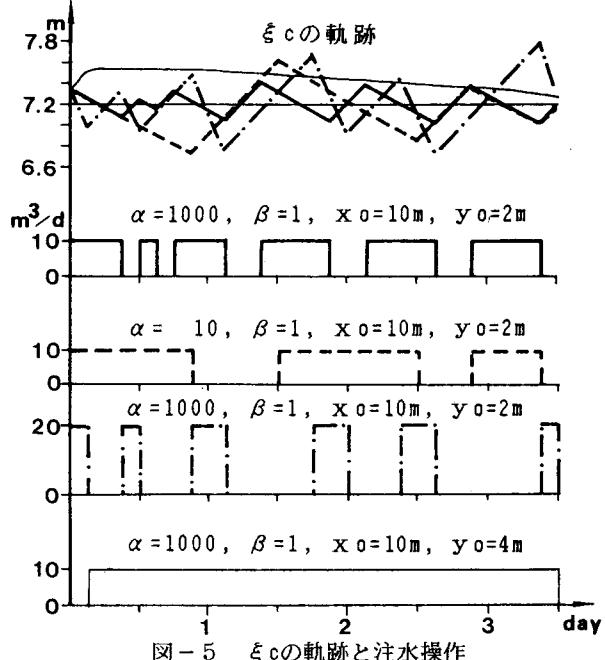


図-5 ξc の軌跡と注水操作