

II-97 不圧-被圧系漏水性帯水層からの揚水による地下水の非定常流動について

東海大学 ○市川 勉
九州東海大学 星田 義治

1. まえがき 一本の井戸から地下水を揚水する場合、揚水しようとする対象となる帯水層の形態によって地下水の流れが、全く異なる。本研究では、揚水の対象となる帯水層は、被圧帯水層であり、この帯水層の上に難透水層があり、その上の帯水層と中間の難透水層を通じて漏水がある場合、井戸から一定量の地下水を揚水した時の地下水の非定常流動について、井戸損失を考慮して、数値解析した。この場合、下部の被圧帯水層だけではなく、中間の難透水層、上部の帯水層にも流れが生じ、各帯水層における地下水流動解析を行なうので、流れの解析は、準三次元解析となる。また、上部の帯水層が被圧帯水層かまたは不圧帯水層であるかによって流れの方程式が異なるので、これらの場合には、区別して考えることが必要となる。本報告では、これらうち不圧-被圧系漏水性帯水層について報告するものである。

2. 理論 このモデルは、図2.1 に示すようになる。この図には、数値計算式を誘導する上で必要な記号も記入している。数値計算式を誘導するために、以下の仮定を行なう。

- 1) 上下両帯水層、難透水層は、共に水平であり、均質・等方である。
- 2) 井戸は、下部の被圧帯水層底部まで完全に貫入している。
- 3) 地下水の流れは、準一様流の仮定が成立し、Darcy の法則が成立する。
- 4) 帯水層中に開孔する井戸枠のストレナーは、下部の被圧帯水層の区間のみに一様に開孔されている。
- 5) 難透水層を通して生じる漏水は、鉛直方向のみで行なわれる。

図2.1 の記号を用いると、おのおのの方程式は、以下のようになる。

井戸に関する連続の式： 揚水開始後、井戸内の水位は、一定揚水量 Q_0 と帯水層からの浸み出し量 Q_s の差によって変化するので、井戸の断面積を A_w 、揚水管の断面積を A_p とすれば、以下のようになる。

$$(A_w - A_p) \frac{\partial h_{wc}}{\partial t} = Q_s - Q_0 \quad (1)$$

井戸枠の抵抗を考慮した運動方程式：この運動方程式は、井戸枠を通して井戸へ浸み出す流量を表わす式であり、以下の様に表現できる。

$$Q_s = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{wc})^{1/2} \quad (2)$$

帯水層内の流れの方程式： 帯水層内の流れの方程式は、運動方程式と連続の式からなり、これらの方程式を導く上で、中間の難透水層を通して行なわれる漏水を考慮する必要がある。この漏水を考慮すれば、以下の様になる。

上部不圧帯水層

$$Q_{ru} = 2\pi k_u h_u \frac{\partial h_u}{\partial r} \quad (3)$$

下部被圧帯水層

$$Q_{rc} = 2\pi k_c h_c \frac{\partial h_c}{\partial r} \quad (4)$$

中間の難透水層では、漏水の方向を下向きを正とすれば、幅 dr 当たりで、

$$Q_{ra} = 2\pi r k_a h_c \frac{h_u + D + D_a - h_c}{D_a} \quad (5)$$

となる。連続の方程式は、図2.2 から以下のようにになる。

上部不圧帯水層

$$-\frac{\partial Q_{ru}}{\partial r} = 2\pi r \beta \frac{\partial h_u}{\partial t} \quad (6)$$

下部被圧帯水層

$$\frac{\partial Q_{rc}}{\partial r} = 2\pi r S \frac{\partial h_c}{\partial t} \quad (7)$$

したがって、帯水層内の流れの方程式は、以下のようになる。

$$\text{上部不圧帯水層} \quad \frac{\partial Q_{rc}}{\partial r} = \frac{k_u}{r\beta} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r h_u \frac{\partial h_u}{\partial r}) - \frac{k_a}{\beta} \frac{h_u + D + D_a - h_c}{D_a} \quad (8)$$

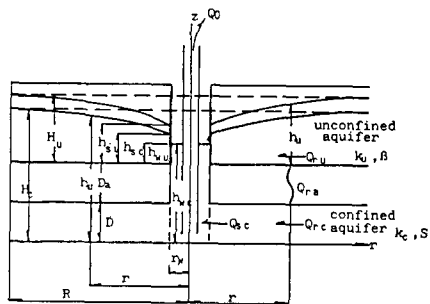


図2.1 不圧-被圧系漏水性帯水層

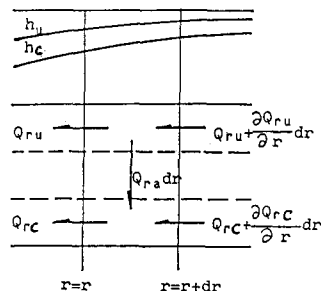


図2.2 帯水層内の地下水の流れ

下部被圧帯水層 $\frac{\partial h_c}{\partial t} = \frac{k_c D}{r S} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial h_c}{\partial r}) + \frac{k_a}{S} \frac{h_u + D + D_a - h_c}{D_a}$ (9)

式(8)及び(9)に対する初期及び境界条件は、(10)式で表わされる。

$t \leq 0$; $Q_0 = 0, Q_s = 0$
 $t > 0, r = r_w$; $Q_0 = \text{const.}$

$(A_w - A_p) \frac{\partial h_{wc}}{\partial t} = Q_s - Q_0$ (10)

$Q_s = 2\pi r_w K D (h_{sc} - h_{wc})^{1/2} = Q_{rc}$

$r = R$; $h_u = H_u, h_c = H_c$

(8), (9), (10) 式を無次元化すると、以下のようなになる。

$\frac{d g_u}{d x} = \frac{Z_u}{x g_u}$
 $\frac{d Z_u}{d x} = - \frac{y_{ou}^2 x Z_u}{2 g_u} + x k_{au} A (g_u + g_{au} - \frac{g_c}{g_{uc}})$ (11)

$\frac{d g_c}{d x} = \frac{Z_c}{x}$
 $\frac{d Z_c}{d x} = - \frac{y_{oc}^2 x Z_c}{2} - x k_{ac} B (g_u g_{uc} + g_{au} g_{uc} - g_c)$ (12)

$\tau_c \leq 0$: $Z_0 = 0, Z_s = 0$
 $\tau_c > 0, x = 1$: $Z_0 = \text{const.}$

$\frac{d g_{wc}}{d \tau_c} = 2 S (Z_s - Z_0)$ (13)

$Z_s = \alpha_c (g_{sc} - g_{wc})^{1/2} = Z_{sc}$
 $x = X : g_u = g_c = 1$

ここに、

$g_u = \frac{h_u}{H_u}, g_c = \frac{h_c}{H_c}, g_{uc} = \frac{H_u}{H_c}, g_{au} = \frac{H_a}{H_u}, x = \frac{r}{r_w}, Z_u = \frac{Q_{ru}}{2\pi k_u H_u^2}, k_{au} = \frac{k_a}{k_u}$

$A = \frac{r_w^2}{H_u D_a}, y_{ou} = \frac{\beta r_w^2}{k_u H_u t}, \tau_c = \frac{k_c D t}{S r_w^2}, Z_c = \frac{Q_{rc}}{2\pi k_c D H_c}, B = \frac{r_w^2}{D D_a}$

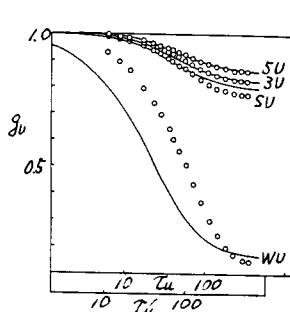
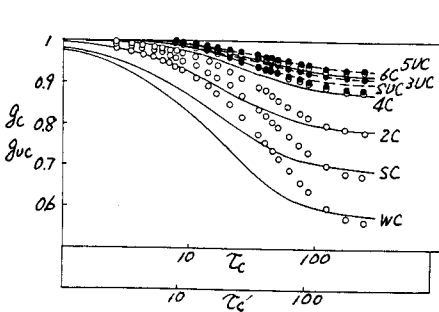
$k_{ac} = \frac{k_a}{k_c}, y_{oc} = \frac{1}{\tau_c}, g_{wc} = \frac{h_{wc}}{H_c}, g_{sc} = \frac{h_{sc}}{H_c}, S' = \frac{S}{1 - A_p/A_w}, \alpha_c = \frac{r_w K}{k_c H_c^{1/2}}$

$Z_s = \frac{Q_s}{2\pi k_c H_c D}, Z_0 = \frac{Q_0}{2\pi k_c H_c D}$ である。

3. 数値計算 前項で展開した式を数値計算する。数値計算する式は、(11), (12) 式であり、これを(13) 式の条件で計算する。計算方法は、以下のステップで行なう。

- (1) 帯水層の緒元、揚水前のデータをあたえる。
 - (2) $Z_0, \alpha_c, k_{au}, k_{ac}$ の値を仮定する。
 - (3) (11), (12) 式を(13) 式の条件で、空間および時間方向にRunge-Kutta法に
よって、数値計算する。
 - (4) Z_s と Z_0 の差がごく小さくなれば、終了する。
- 以上の方法によって数値計算することができる。

4. 実験への適用 以上、述べてきた理論を検証するために、室内実験をおこなった。実験水槽は、直径3mの円形の1/24の扇形水槽を用い、これに、3層からなる地層を形成し、涵養位置において一定水頭で涵養している。水槽の高さは、50cmであり帯水層内の任意の位置に観測井を設置している。実験は、井戸からサイフォンによって揚水し、各位置における水位、水頭は、実験装置の観測井下部から逆サイフォンによって、微圧変換機、マンメータに導き観測した。図4.1、4.2は、このようにして得た実験データの解析の一例である。



帯水層緒元
 $H_u = 21.0 \text{ cm}$
 $H_c = 41.4 \text{ cm}$
 $D = 10.7 \text{ cm}$
 $D_a = 9.7 \text{ cm}$
 $Q_0 = 108.48 \text{ cm}^3/\text{s}$
 Input Data
 $Z_0 = 0.142$
 $\beta = 0.05$
 $S = 0.1$
 $\alpha_c = 0.43$
 $k_{au} = 0.1$
 $k_{ac} = 0.033$

図4.1 両帯水層を対象とした解析 図4.2 不圧帯水層を対象とした解析
 参考文献：星田・濱野・市川；2つの帯水層より揚水する場合の地下水の非定常流動について(第1報) 東海大学紀要工学部、1979-2, pp.93-102. 星田・市川；揚水における井戸口の評価に関する一考察、土木学会論文集、第313号、pp37-46, 1981. 星田・市川・玉井；2つの帯水層から揚水するときの地下水の流動についての考察、土木学会論文集、第331号、pp.75-81, 1983.