

II-95 実データによる不圧地下水流れ場の確率論的推定

京都大学 正員 米田 稔
 京都大学 正員 井上 頼輝
 東京電力 亀井 博之

1. はじめに : 近年、透水量係数の空間分布などを確率論的に推定する方法として、kriging法¹⁾や、多変量正規分布の性質を利用する方法²⁾が提案されている。本研究では後者の方法のうち、米田らが以前、正規分布変換法として提案した方法³⁾を、実際の不圧地下水流れ場の推定に適用した例を報告する。

2. 解析領域と観測データ : 地下水流れ場の推定は、図1に示すある盆地の、斜線部で示すA川右岸の領域について行うが、不透水層の標高Zの分布と透水係数Kの分布の推定においては、図1の盆地全体から得られたデータを用いた。図1中の1～16の黒丸は、単孔式現場透水試験（ピエゾメータ法）によって不圧層での透水係数Kが測定されている地点であり、前報⁴⁾で示したデータと同じものである。図2中の白丸は、実際のボーリング調査の結果から不透水層高Zがほぼ推定できた地点を、また黒丸は境界である山脚部での不透水層高Zの推定誤差を小さくするため、Zの観測データとして地表面下15.7mという値が得られたと仮定した地点を示す。ここで15.7mという値は白丸点における平均値である。また不圧地下水位の観測データは図3の解析領域内の黒丸で示す3地点で得られている。

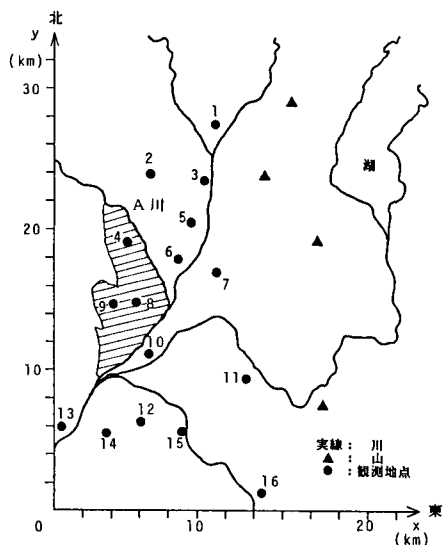


図1 解析領域と透水係数観測地点

3. 基礎式と解析条件 : 解析は12月の渇水期のデータについて行った。この時期の雨量は微量であり、解析領域内での不圧地下水の利用も少ないことから、涵養や汲み上げの影響を無視し、また水位場は近似的に定常状態とみなせるものと仮定して、不圧地下水位hの基礎式として次式を用いた。

$$\nabla K(h-z) + \nabla K(h-z) = 0 \quad (1)$$

境界条件はA川上では実測水位を、領域南端D点では観測井戸水位を、山側境界では不透水層高Zの推定値に正定数aを加えた値を境界条件とした。このaの値は、K=一定としたときについて、B, C点での不圧地下水位の実測値と計算値との差が小さくなるように試行錯誤で0.1mと定めた。(1)式の計算では図3に示すメッシュ分割を行い、Galerkin有限要素法で定式化して、繰り返し計算を行いhの収束解を求めた。

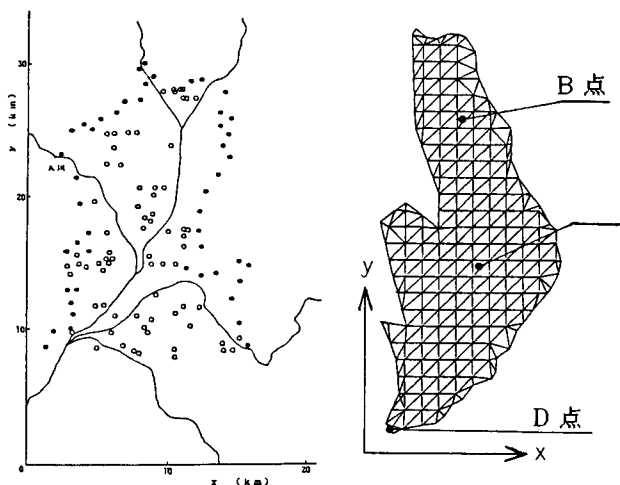


図2 不透水層高の観測地点

図3 不圧地下水位観測地点と解析領域のメッシュ分割

4. 不透水層高の空間分布の推定 : 不透水層高Zについて、まずx, y座標に関する2次関数のトレンドを仮定し、最小二乗法を用いて次式のトレンド関数f(x, y)を得た。

$$f(x, y) = 68.18 - 10.40x - 5.462y + 0.589x^2 + 0.225y^2 + 0.0867xy \quad (x, y \text{ の単位は km}) \quad (2)$$

次に、Zの各観測地点における観測値とトレンドとの差eについて正規性が成立したので、eの統計的空間構造として指数型共分散関数を仮定し、その推定結果として前報に示す方法⁴⁾を用い次式を得た。

$$\mu_e = -4.6 \text{ (m)}, \quad \text{cov}(e_i, e_j) = 9.5^2 \cdot \exp(-r/0.95) \text{ (m}^2\text{)}, \quad \sigma_N = 5.4 \text{ (m)}, \quad \sigma_K = 11.9 \text{ (m)} \quad (3)$$

ここで e_i^* は e の真値 e^* の地点 (x_i, y_i) における値、 μ_e は e^* の期待値、 $\text{cov}(e_i^*, e_j^*)$ は e_i^* と e_j^* の共分散、 r は地点 $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$ 間の距離で単位は km 、 σ_N と σ_K はそれぞれ図2の白丸点と黒丸点における e の観測誤差の標準偏差である。最後に(3)式に示す統計構造を用い多変量正規分布の条件付期待値として e^* の空間分布を推定し⁵⁾、トレンド(2)式に加えることにより Z の空間分布の推定値を得た。 Z の推定結果を図4に示す。

5. 透水係数の空間分布の推定:

透水係数の空間分布の推定では、観測データによる条件付けを2段階に分けて行った。第1段階では透水係数の観測値のみによる条件付けを行い、第2段階ではそれに加えて、B, C点における不圧地下水位の観測値による条件付けを行った。推定方法としては不透水層高 Z の推定で用いたと同じ多変量正規分布の条件付期待値を求める方法を用いた。ただし条件付けの第2段階では米田らが提案した正規分布変換法³⁾を用い水位データを正規分布する確率変数へと変換した。正規分布変換法は(1)式中の水位 h と透水係数 K のように非線形の関係にあるデータ間での条件付けにも、何の制約も無しに用いることができるという利点がある。なお、推定に用いる透水係数の統計的空間構造としては前報⁴⁾で得られた次の値を用いた。

$$\mu_w = -5.42, \quad \text{cov}(W_i, W_j) = 0.81^2 \cdot \exp(-r/2.61) \quad (4)$$

ここで、 μ_w は透水係数を cm/sec 単位で表したときの自然対数値 $W = \ln K$ の期待値であり、 W_i は地点 (x_i, y_i) における W の値、 r の単位は(3)式と同じく km である。第1段階での推定結果を図5に、第2段階での推定結果を図6に示す。図5では解析領域の北部から南部に向かって透水性は低くなっているが、図6では領域中央付近の透水性が低く、また山側よりもA川付近の透水性が高くなっている。

6. 水位と流量の推定 : 領域全体で $K = \text{一定}$ とした場合、図5の透水係数分布を用いた場合、図6の透水係数分布を用いた場合のそれぞれについて、(1)式から計算した水位を用いて求めた流量分布を図7, 8, 9に示す。ここで流量 $q = (q_x, q_y)$ は次式から求めた。

$$q_x = -K(h-z) \frac{\partial h}{\partial x}, \quad q_y = -K(h-z) \frac{\partial h}{\partial y} \quad (5)$$

図7, 8, 9より、条件付けが進むに従って、不圧地下水はA川に沿って流れる傾向を示すことがわかる。

7. まとめ : 本研究では、確率論的な推定方法として米田らが提案した正規分布変換法を実データに適用して、透水係数と水位の観測データによって条件付けられた不圧地下水流場の推定を行った。推定結果の検証については現在検討中である。

(参考文献)

- 1) Hoeksema R.J. et.al.; Water Res. Res., vol.20(7), 1984
- 2) Dagan G.; Water Res. Res., vol.21(1), 1985
- 3) 米田, 井上, 平野; 第30回水理講演会論文集, 1986
- 4) 米田, 井上, 安西; 土木学会第41回年講, 1986
- 5) 米田, 井上; 土木学会第40回年講, 1985

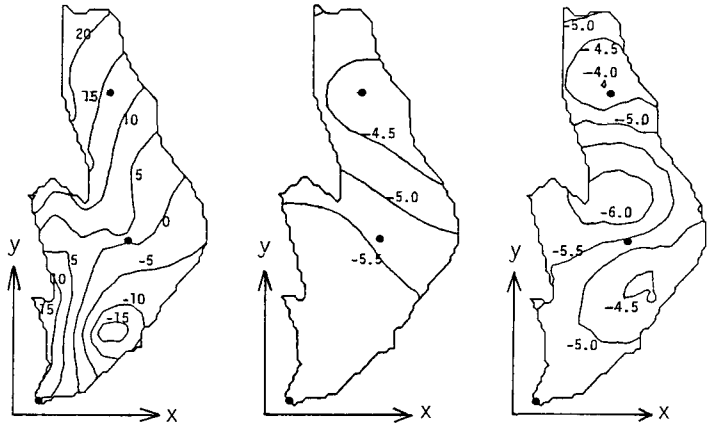


図4 不透水層高 Z の推定分布 (単位 m)

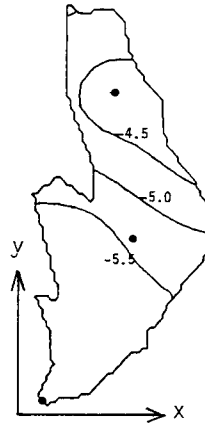


図5 透水係数対数値 W の推定分布 (条件付け第1段階)

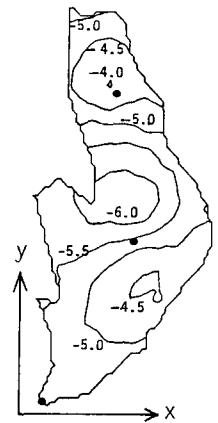


図6 透水係数対数値 W の推定分布 (条件付け第2段階)

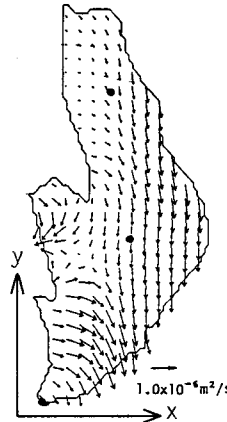


図7 透水係数を一定とした場合の推定流量分布

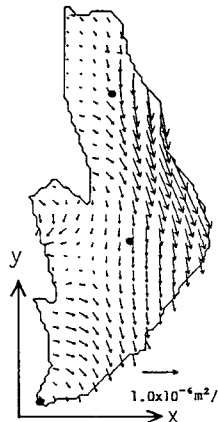


図8 図5の透水係数分布から得られた推定流量分布

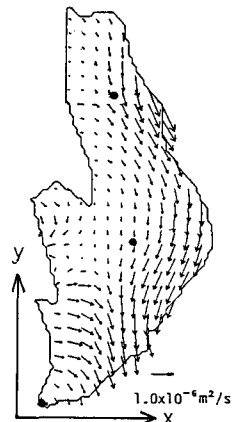


図9 図6の透水係数分布から得られた推定流量分布