

II-58

遅延要素と減水曲線から求めたタンク時定数について

苫小牧工業高等専門学校 正 員 嵯峨 浩

1. 基礎理論

降雨流出系に於いて降雨開始後、数時間の後に流出が始まる現象は良く知られている事実である。本研究に於いて入力開始時刻 t_1 と出力開始時刻 t_2 のずれ、即ち出力が発生するまでの時間をむだ時間 L ($L=t_2-t_1$)と定義する。また、Nashの n 段タンクモデルにおいて、タンク時定数 K は、 $K=tc/2n$ (tc : 雨水流の伝播時間)で示され、 K は雨水流の伝播時間の変化の影響を表わしている。この事から L と K を流出の遅延要素と定義する。時間領域で L を同定することは、非常に困難であるが周波数領域では、流出の周波数応答特性から容易に遅延要素(K と L)を同定することができる¹⁾。最小位相推移系($L=0$)とむだ時間 L を含む場合の周波数応答特性を表-1に示す。タンク数 n は従来の研究成果より $n=2$ とした。表-1より L が含まれていてもゲインは変動しないという事実から各周波数に対応するタンク時定数 K が求まり、 K がわかると最小位相推移系の θ が求まるから実測資料の位相 θ からむだ時間 L を求めることができる。周波数領域から求めた K と L が実際に流出を支配するタンク時定数とどのような対応関係があるかを知ることは重要な問題である。流出ハイドログラフの減水部に着目して流域の特性を明らかにすることは従来より試みられており、減水曲線を表わす関数形も幾つか提案されている。本研究に於いて、減水曲線から流域固有のタンク時定数が求まる²⁾ことから遅延要素との関係を知ることを第一に考え、2段タンクモデルでの減水曲線を採用した。減水特性を表-2に示す。但し、解析解を得るために降雨は強度 r_0 、継続時間 tr の矩形降雨とした。また、時間軸はハイドログラフピーク時を $t=0$ としてある。表-2に於いて

表-1

	最小位相推移系	むだ時間 L を含む場合
伝達関数	$H(\omega) = \frac{1}{(1+jK\omega)^2}$	$HL(\omega) = \frac{\exp(-jL\omega)}{(1+jK\omega)^2}$
ゲイン (G)	$G = \frac{1}{1+K^2\omega^2}$	$G = \frac{1}{1+K^2\omega^2}$
位 相 (θ)	$\theta = \tan^{-1} \frac{-2K\omega}{1-K^2\omega^2}$	$\theta = \theta + \omega L$
ゲインと位相の対応	$G = \cos^2 \frac{\theta}{2}$	無数
単位図	$0 < t < \Delta t$ $(L < t < \Delta t + L)^*$	$U(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \cdot \frac{t-L}{K}$ $U(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t-L}{K}\right) \cdot \frac{t-L}{K}$
	$t > \Delta t$ $(t > \Delta t + L)^*$	$U(t) = \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \cdot \left\{ \exp\left(\frac{\Delta t}{K}\right) \left(1 + \frac{t-\Delta t}{K}\right) - \left(1 + \frac{t-L}{K}\right) \right\}$ $U(t) = \exp\left(-\frac{t-L}{K}\right) \cdot \left\{ \exp\left(\frac{\Delta t}{K}\right) \left(1 + \frac{t-\Delta t-L}{K}\right) - \left(1 + \frac{t-L}{K}\right) \right\}$

タンク段数 $n=2$

*はむだ時間 L を含む場合

表-2

	$K_1 K_2 \frac{d^2 q}{dt^2} + (K_1 + K_2) \frac{dq}{dt} + q = 0$	
	$K_1 > K_2$	$K_1 = K_2 = K$
解	$q = C_1 \exp(-\lambda_1 t) - C_2 \exp(-\lambda_2 t)$	$q = C_1 \exp(-\lambda t) + C_2 t \exp(-\lambda t)$
積分定数	$C_1 = \frac{r_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \{1 - \exp(-\lambda_1 tr)\}$ $C_2 = \frac{r_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{1 - \exp(-\lambda_2 tr)\}$	$C_1 = r_0 \{1 - \exp(-\lambda tr)\} (1 + \lambda tr)$ $C_2 = r_0 \{(1 - \exp(-\lambda t)) \lambda\}$
形状 (減水特性)		

λ_i は、 K_i の逆数であり減水曲線の減水率を表わしている。実際の流出は $K_i \neq K_j$ となっていると考えられるが、その場合片対数紙上に q をプロットすると λ_i は容易に求められる。即ち、2段タンクの場合片対数紙上では2本の直線で表わされるが、時間経過の大きい所の直線の勾配が λ_1 であり、その直線の延長上の q 軸との交点より C_1 が求まる。得られた成分 $q_1 = C_1 \exp(-\lambda_1 t)$ を差し引き、同様の操作をすることで残りの λ_2 と C_2 を求めることができる。

2. 実流域への適用

道内3水系5地点の実測資料に適用した。地点名、流域面積及び計算結果を表-3に示す。なお、有効降雨は藤田がエントロピー法で推定した値を用い、直接流出量はハイドロ

矩形降雨 (強度 r_0 継続時間 tr) の場合

$$\lambda_1 = 1/K_1 \quad \lambda_2 = 1/K_2 \quad \lambda = 1/K$$

表 - 3

地点名	流域面積(km ²)	K1 (hr)	K2 (hr)	K (hr)	L (hr)
大和田	245.0	5.31	3.73	4.7	1.5
		6.62	3.39	5.2	0.4
鷗 川	1228.0	7.04	1.05	4.5	5.5
		8.56	1.82	4.2	7.2
北 見	1394.2	9.15	3.43	5.2	1.7
稲 里	122.7	7.31	4.97	3.8	0.2
幌 糠	168.8	3.84	2.13	3.6	2.3
		6.67	2.15	4.3	2.1

グラフ立ち上がり時刻と減水部第二折曲点を直線で結ぶ分離法を採用した。遅延要素KとLの結果も併せて示してあるが詳細は参考文献1)を参照されたい。但し、KとLを同定できたのは比較的中小規模の流出であったことを付記する。幌糠、大和田、北見地点の減水特性を図-2・3・4に示す。この図に於いて、時間軸は降雨終了時とハイドログラフピーク時のうち、時刻の大きい方を $t=0$ としている。 q はいずれも3本の直線で表わされているが時間の大きい方の直線は q のオーダーを考慮して無視した。減水曲線から求めたK1とK2から流出を再現したものと遅延要素KとLから再現した流出及び観測値を図-1に示す。この図よりむだ時間Lを導入する効果が良いことがわかる。また、表-1の結果をみると、周波数領域から同定したKはいずれも減水曲線から求めたK1とK2の間の値となっている。この事は周波数応答特性から同定したKの妥当性を示していると思われる。

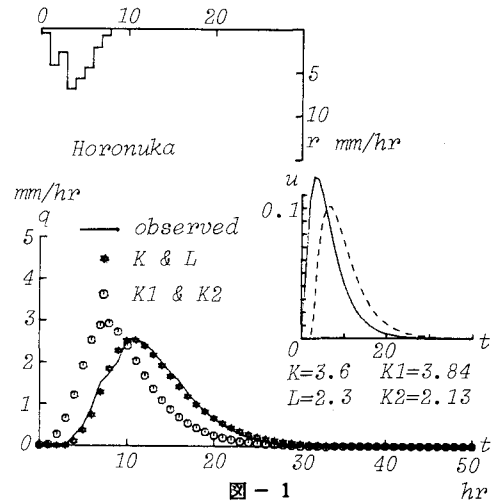


図 - 1

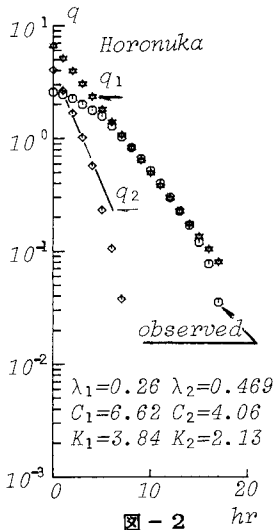


図 - 2

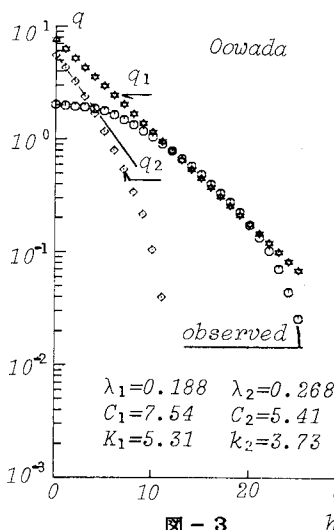


図 - 3

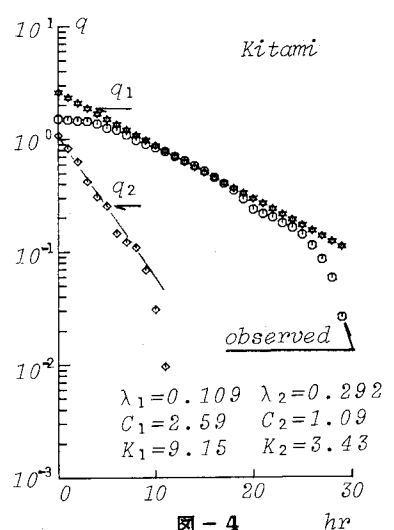


図 - 4

参考文献

- 1) 嵯峨：周波数応答法の非線形流出系への適用 第31回水理講演会論文集
- 2) 吉川・砂田他：洪水流量減減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究 土木学会論文集 第283号
- 3) 藤田・道口：北海道内諸河川における流出成分の分離について 土木学会北海道支部論文報告集 第42号