

II-46

降雨の鉛直浸透における kinematic wave 特性とヒステリシスの効果を考慮した新しい不飽和浸透方程式の解の特性

北海道大学工学部

学生員

小林 稔

同上

正員

山田 正

1. はじめに

本研究は不飽和浸透方程式の物理特性の検討、およびヒステリシス効果を内包した新しい不飽和浸透の基礎式の提案と解の特性を検討したものである。

2. 不飽和浸透方程式の持つ kinematic wave 特性

鉛直一次元に関する (1) 式のクルートの式を用い、降雨の鉛直浸透における解の挙動を解析的に検討した。また不飽和透水係数の関数形には (2) 式を用いた。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{dk(\theta)}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} [D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}] \quad (1)$$

$$k(\theta) = a\theta^m \quad (2)$$

ここで、 θ : 体積含水率、 ψ : 毛管ポテンシャル、

$k(\theta)$: 不飽和透水係数である。

今、土壌表面に一定時間、一定強度の散水を与えると、土中に十分深く浸透した水は次第に kinematic wave の特性を示し始め、その波速は $dk(\theta)/d\theta = ma\theta^{m-1}$ となる。それに対して水粒子の移動速度は $k(\theta)/\theta = a\theta^{m-1}$ となり、kinematic wave の波速はトレーサーの速度よりも m 倍速い。 m の値は粘性土で 4-10、砂質土で 3-6 をとるので、Aneblom らの示した表 1 での水分量の移動速度/トレーサーの移動速度 = 約 3-9 という実測値における違いを合理的に説明できる。このことから、不飽和浸透の kinematic wave 特性が今までに観測されている、トレーサーの移動速度と水分量分布の移動速度との間の異常に大きいズレの一因になっていることがわかる。

3. ヒステリシス効果を内包した新しい不飽和浸透方程式とその解析

土壌物理条件に関しては定常状態において得られる関係を用いるが、それに対し水分フラックス $\vec{q}$ を新に次式で表わす。

$$\vec{q} = (q_x, q_y, q_z) \quad (3)$$

$$q_x = -k_x(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial x} - \tau \frac{\partial q_x}{\partial t}$$

$$q_y = -k_y(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial y} - \tau \frac{\partial q_y}{\partial t} \quad (4)$$

$$q_z = -k_z(\theta) \frac{\partial (\psi - z)}{\partial z} - \tau \frac{\partial q_z}{\partial t}$$

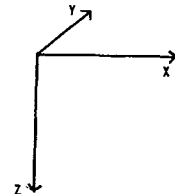


図 1 座標系

ここで、 τ はヒステリシスの効果による緩和時間を表わす時定数である。(4) 式で右辺第二項が本研究で新に導入した項で、この時間遅れの項を考慮することにより同一ポテンシャル勾配に対して吸水時に浸透しにくく脱水時に容易に水分移動が行なわれるというヒステリシスを表現し得るものである。(3) 式を土中水分の連続式に代入することによって次のヒステリシスを内包した新しい方程式が θ と ψ に関して得られる。

$$\tau \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{dk_z(\theta)}{d\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} [D_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [D_y(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [D_z(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z}] \quad (5)$$

$$\tau C(\psi) \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{dk_z(\psi)}{d\psi} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} [k_x(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x}] + \frac{\partial}{\partial y} [k_y(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y}] + \frac{\partial}{\partial z} [k_z(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z}] \quad (6)$$

(5), (6) 式を鉛直一次元について数値計算を行い、計算方法としては空間的には中央差分を取り時間的には Runge-Kutta-Gill 法を用いた。土壌物理条件には図 2 に示す Rehovot sand を想定し、その関数形としては実験値をよく表現する経験式として次式を用いた。

$$S_e = \left(\frac{\psi - \psi_{cr}}{\psi} \right)^\lambda \quad (7)$$

$$k(\theta) = k_{sat} S_e^n \quad (8)$$

$$\text{ここで、} S_e = \frac{\theta - \theta_r}{\theta_{sat} - \theta_r}$$

θ_{sat} : 飽和体積含水率、 θ_r : 最水容量、 n, λ : 係数

ψ_{cr} : 限界毛管ポテンシャル、 k_{sat} : 飽和透水係数。

降雨は120 mm/hr の降雨強度を10分間与えた。初期値としては一定値の分布を与えている。境界条件としては地表では降雨強度の浸透を与え、最下部は上からの影響の現れない深さを考え、実際にはすぐ上の層と同じ値を取った。また Δz は 1cm、 Δt は 1secとした。図 3は θ 、 ψ 分布の時間変化であるが、これを見ると θ は τ によってあまり変わらず、 ψ は τ が大きくなると分布形が大きくなり、かつ速度が速くなることがわかる。また図 4はある点に注目した $\theta - \psi$ 関係の時間変化であるが、この図よりその軌跡は明かにヒステリシスを表わしているのがわかる。

4. 結論

(1) 降雨の鉛直浸透における kinematic wave 特性の検討により、水分量とトレーサの移動速度の大きな違いや、降雨に対する地下水位の異常に速い応答を説明できた。(2) ヒステリシスの効果をそれ自体に組み込んだ新しい不飽和浸透方程式を導き、数値計算によってその適応性を確かめた。

謝辞：本研究を進めるにあたり、本学の長谷川和義助手、道口敏幸技官の協力を得た。ここに心から感謝の意を表する。

参考文献：(1) 藤田光一、山田正、日野幹雄：ダルシー則に基づく降雨鉛直浸透の解析、第26回水理講演会論文集，pp321-328，1982。(2) 西垣誠：飽和不飽和領域内の土中水の浸透特性に関する2,3の考察、土質工学会論文報告集，Vol.23, No.3, 1983。(3) U.Zimmerman, K.O.Munnich and W.Roether : Downward Movement of Soil Moisture Traced by Means of Hydrogen Isotopes, Isotope Techniques in The Hydrologic Cycle, pp28-39, 1967。(4) L. J.Andersen and T.Sevel

: Six Years' Environmental Tritium Profiles in The Unsaturated and Saturated Zones, Gronhøj, Denmark, Isotope Techniques in Groundwater Hydrology, Vol.1, pp3-20, 1984。(5) T.Aneblom and G.Persson : Studies of The Variations in Water Content in The Unsaturated Zones of ESKER, Nordic Hydrological Conference and Second Nordic IHP Meeting, 1978.

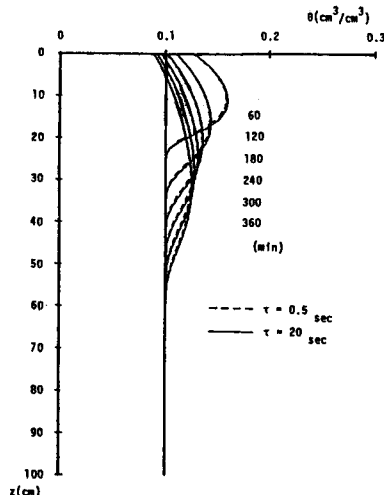


図 3 (a) θ 分布の時間変化

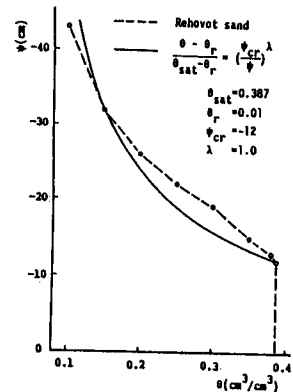


図 2 $\theta - \psi$ 関係

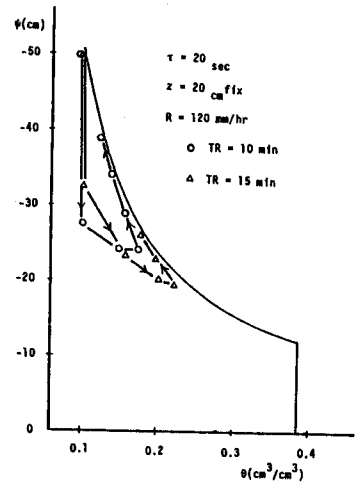


図 4 $\theta - \psi$ 関係の時間変化

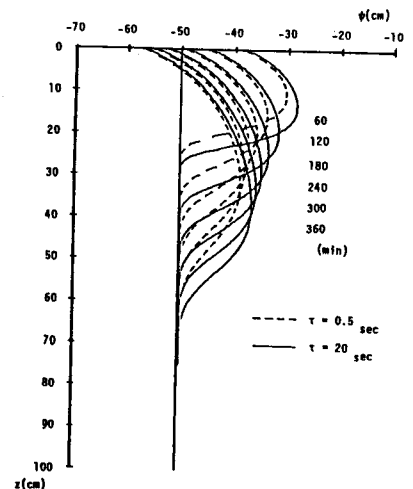


図 3 (b) ψ 分布の時間変化