II-2　平方根指数型最大値分布への Probability Weighted Moment法の適用

山梨大学大学院　学生員　土屋一仁
山梨大学工学部　正　員　竹内邦良

①はじめに

江藤ら(1986)は、一雨総雨量の確率分布として提案した平方根K分布から導いた平方根指数型最大値(SQET)分布と、ガンベル（EV1)分布、及び三母数対数正規（LN3)分布を、日本各地の年最大日雨量に適用した。その結果、彼らは、尤度、分布の裾辺りの推定値の安定性と妥当性等を評価基準として、SQET分布を日本の大雨（一雨総雨量、あるいは日単位程度）の確率評価に用いる妥当性を示した。

ところで、SQET分布の母数推定法としては、現在までに最尤(ML)法（江藤ら(1986)）が示されている。先の彼らの検討でも、SQET分布の母数推定は、ML法であった。しかし、分布関数の母数や確率変量等は、推定手法で差異を生ずることが予想される。

そこで本報では、この分布の母数推定に Greenwood(1979)の提案するProbability Weighted Moment(PWM)法を適用して、新潟県の三面川流域における年最大日降水量、及び流量の既往最大値の再帰確率年(RP)を算出し、一方、SQET分布にML法、EV1分布にML法と PWM法を適用して算出したそれらと比較する。

②基礎概念

SQET分布は（1)式で示される。 aは尺度母数、 kは形状母数（大雨の年平均生起回数）であり変動係数、歪係数、尖り係数は kのみの関数である。

PWM 法は、（2)式で示される PWM Mr （母数の関数）と、標本資料より算出できる（3)式の $\hat{M}r$(推定値）が一致すると仮定して、母数を推定する方法である。

SQET分布にこの手法を適用するための具体的方法を述べる。平均値の理論値を（5)式で表わすことにすると、この分布の PWM Mr は（6)式により表わされる。したがって、M1/M0 は（7)式によって表わされる。ここで弊害として（7)式の逆関数を求める（ kについて解く）ことの困難な点がある。そこで今回は、数値積分を用い kとW(k)の数表を作成し、（7)式の逆関数を(8)式に示す多項式で近似させて（但し、作成した数表の上、下限を考慮して、この多項式は M1/M0 > 0.61 に限って有効とする）k を推定し、（5)式を用い aを推定する。

③実測資料への適用例

資料は、新潟県の三面川流域での年最大日降水量、及び流量（1953-83 の31年間のもの）を用いた。Table 1 に、 SQET,EV1 の母数を、それぞれ ML,PWM 法により推定した時の31年間の既往最大値のRPを示す。この表からは、関数の違い、推定法の違いでRPに差異の生ずる点が見受けられる。

④まとめと課題

本報では、SQET分布の母数推定法が現段階までにML法のみであった点に注目し、この関数の母数を PWM法で推定する手順を示した。又、実測資料への適用も行ない既往最大値のRPの差異を確認した。しかし、SQET分布の母数をどちらの手法で推定すべきかを結論するには、 Monte Carlo法を用いて、母集団の分布(SQET、対数ピアソン、 Wakeby ..etc)を設定した上での、各推定法で推定されるクオンタイル値の誤差の期待値を求める、数値実験を行なう必要があろう。

最後に、 SQET 分布の母数推定法として、もうひとつ重要と判断される積率法も、 PWM法と

Table 1　Return Periods (Year)

(Rainfall)

	ML	PWM
EV1	127	118
SQET	48	65

(Flood)

	ML	PWM
EV1	66	44
SQET	36	32

同様に、変動係数を変数とした（8)式のような多項式を作成すれば、この分布への適用が可能となることを付け加えておく。

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x<0) \\ \exp(-k(1+\sqrt{x/a})\exp(-\sqrt{x/a})) & (x\geq 0) \end{cases} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$Mr = E(XF^r) = \int_0^1 x_{(F)} F^r dF \quad \cdots\cdots(2)$$

$$\hat{M}r = \frac{1}{n} \Sigma x_i \frac{(i-1)(i-2)\cdots(i-r)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-r)} \quad \cdots\cdots(3)$$

$$Mr = \hat{M}r \quad \cdots\cdots(4)$$

$$\begin{aligned} M_0 &= \frac{1}{1-\exp(-k)} \frac{k}{2a} \int_0^{\infty} x \exp(-\sqrt{x/a})\ \exp(-k(1+\sqrt{x/a})\exp(-\sqrt{x/a}))dx \\ &= \frac{k}{1-\exp(-k)} \frac{a}{2} \int_0^{\infty} x \exp(-\sqrt{x})\ \exp(-k(1+\sqrt{x})\exp(-\sqrt{x}))dx \\ &= \frac{ak}{2(1-\exp(-k))} W_{(k)} \end{aligned} \quad \cdots\cdots(5)$$

$$Mr = \frac{ak}{2(1-\exp(-k))} W_{((r+1)k)} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$M_1/M_0 = W_{(2k)}/W_{(k)} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$k = (-\ell n(\ C_0 + C_1 D + C_2 D^2 + C_3 D^3 + C_4 D^4\ ))^6 \quad \cdots\cdots(8)$$

$$D = 2\frac{M_1}{M_0} - 1$$

※参考文献

1)江藤・室田(1984)：土木学会論文集Ⅱ、第 345号、pp.101-109
2)江藤(1985)：第40回年次講演会第２部、pp.13-14
3)江藤・室田・米谷・木下(1986)：土木学会論文集Ⅱ、第 369号、pp.165-174
4)土屋・竹内(1986)：第41回年次講演会第２部、pp.91-92
5)竹内・土屋(1987)：第31回水理講演会論文集、pp.191-196
6)竹内・土屋(1987)：第14回関東支部年次発表会講演集、pp.60-61
7) Greenwood,Landwehr,Matalas & Wallis(1979): W.R.R., 15(5), pp.1049-1054
8) Landwher,Matalas & Wallis(1979): W.R.R., 15(5), pp.1055-1064
9) Landwehr,Matalas & Wallis(1979): W.R.R., 15(6), pp.1361-1372
10) Landwehr,Matalas & Wallis(1979): W.R.R., 15(6), pp.1373-1379
11) Hosking,Wallis & Wood(1985): Technometrics, 27(3), pp.251-261