

I-513

入射弾性波を受ける埋設管の動的応答解析

室蘭工業大学

正員 松岡 健一

室蘭工業大学

正員 岸 徳光

日本大学生産工学部

正員 能町 純雄

1. まえがき

弾性体中にある円形トンネルや埋設管が地震波などの弾性波動を受ける時の動的挙動を知ることは興味ある問題である。既に著者らはトンネルや埋設管を単純な3次元モデルとして弾性体中にある厚肉円筒を仮定し、その円筒の軸線に角度をもって入射し、伝播する単一進行波の例としてRicker Waveletによる弾性体部の動的応答を解析したが¹⁾、本研究はさらに、弾性体と円筒(埋設管)の弾性定数比を変化させた時の円筒部の応力を埋設管中に液体がある場合も考慮して、解析検討を行ったものである。

2. 入射波および基礎変位式

Ricker Waveletは時間の関数として次のように表される²⁾。

$$A_0(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} U_0 \left(\pi^2 \tau^2 - \frac{1}{2} \right) \exp \left[-\pi^2 \tau^2 \right], \quad \tau = t/t_p$$

t_p : 周期 $\frac{\sqrt{\pi}}{4} U_0$: 最大変位 (1)

図-1に示すように、 r, θ, z 軸をとり、図の $x-z$ 平面に平行に z 軸と角度 ϕ をなす方向からRicker Waveletが入射するものとする。入射波の進行速度 V_s として、円柱座標系に座標変換し時間についてFourier変換し、その逆変換をとると次のようになる。

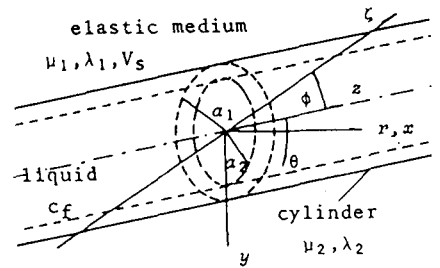


図-1 無限弾性体中の厚肉円筒

$$A_0(t, r, \theta, z) = \frac{t_p}{4\pi} \int \xi^2 \exp \left[-\xi^2 + i\omega \{ t - (z \cos \phi - r \cos \phi \sin \theta) / V_s \} \right] d\omega, \quad \xi = \omega t_p / (2\pi) \quad (2)$$

入射波による円柱座標 r, θ, z 方向の各変位成分、 $u^{(0)}, v^{(0)}, w^{(0)}$ は (2) 式より次のようになる。

$$u^{(0)} = A_0 \cos \phi \cos \theta, \quad v^{(0)} = A_0 \cos \phi \sin \theta, \quad w^{(0)} = A_0 \sin \phi \quad (3)$$

一方、入射波によって引きおこされる円筒の変位および応力は

$$u^{(1)} = \sum_m \{ \tilde{A}_{mr} + \tilde{B}_{mr} \} \cos m\theta \exp [i(\omega t - N_s z)] \quad (4) \quad w^{(1)} = \sum_m \tilde{C}_m \tilde{W}_{mr} \cos m\theta \exp [i(\omega t - N_s z)] \quad (6)$$

$$v^{(1)} = \sum_m \{ \tilde{A}_{mr} - \tilde{B}_{mr} \} \sin m\theta \exp [i(\omega t - N_s z)] \quad (5) \quad \text{ここで、} C_0 = 1/2\pi, \quad C_m = 1/\pi \quad (m \neq 0) \text{ である。}$$

さらに、 μ, λ をLameの定数、 ρ を円筒の密度とし $N_{su}^2 = N_s^2 - \rho \omega^2 / \mu, \quad N_{sa}^2 = N_s^2 - \rho \omega^2 / (2\mu + \lambda)$ とすれば、

$$\tilde{A}_{mr} = \sum_k \left[\chi_{mp}^{(k)} (N_{su} r) / N_{su} \{ \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1) A_{mk} + (m-1) B_{mk} - i N_s E_{mk} / 2 \} + (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{mp}^{(k)} (N_{su} r) / N_{su} - N_{sa} \chi_{mp}^{(k)} (N_{sa} r) / N_s^2 \} \{ \beta_{mk} / 2\mu + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} + i N_s F_{mk} \} \right] \quad (7)$$

$$\tilde{B}_{mr} = \sum_k \left[-\chi_{ms}^{(k)} (N_{su} r) / N_{su} \{ \alpha_{mk} / 2\mu + (m+1) A_{mk} + (m-1) B_{mk} + i N_s E_{mk} / 2 \} + (\mu N_s^2 / \rho \omega^2) \{ \chi_{ms}^{(k)} (N_{su} r) / N_{su} - N_{sa} \chi_{ms}^{(k)} (N_{sa} r) / N_s^2 \} \{ \beta_{mk} / 2\mu + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} + i N_s F_{mk} \} \right] \quad (8)$$

$$\tilde{W}_{mr} = \sum_k \left[\frac{C_m^{(k)}}{C_m} (N_{sa} r) E_{mk} - i (2\mu N_s / \rho \omega^2) \{ C_m^{(k)} (N_{sa} r) - C_m^{(k)} (N_{su} r) \} \{ \beta_{mk} / 2\mu + (m+1) A_{mk} - (m-1) B_{mk} + i N_s F_{mk} \} \right] \quad k=1, 2. \quad (9)$$

$$R_{j,m}^{(k)}(Nr) = I_j(Nr) K_m(Na_{k-1}) - (-1)^{j+m} I_m(Na_{k-1}) K_j(Nr), \quad j=m-1, m, m+1, \quad a_0 = a_2 \quad (10)$$

$$C_m^{(k)}(Nr) = R_{m,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k), \quad \chi_{mp}^{(k)}(Nr) = R_{m+1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k), \quad (11)$$

$$\chi_{ms}^{(k)}(Nr) = R_{m-1,m}^{(k)}(Nr) / R_{m,m}^{(k)}(Na_k)$$

ただし、 I, K は変形第一種および第二種の Bessel 関数である。係数 α, β, A, B, E は、未知量である。³⁾

円孔を有する無限体を伝播する散乱波の変位式は、同じように求められ、これらの式で $a_1 = \infty$ とし、 $k=2$ のもののみを考慮することで与えられる。この場合、式(7)~(9)の関数 G 、 χ は次のように表される。

$$G_m(Nr) = K_m(Nr)/K_m(Na) \quad \chi_{mp}(Nr) = -K_{m+1}(Nr)/K_m(Na) \quad \chi_{ms}(Nr) = -K_{m-1}(Nr)/K_m(Na) \quad (12)$$

また、燃料輸送用の埋設管なども考慮して、液体で円筒が満たされた場合の解析も行ふこととする。圧縮性液体の変位・圧力を示す⁴⁾と次のようになる。

$$u_f = \sum_m c_m \{ N_f \chi_{mp}^f(N_f r) + \frac{m}{r} G_m^f(N_f r) \} \phi_a \cos m \theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (13)$$

$$P_f = \rho_f \omega^2 \sum_m c_m G_m^f(N_f r) \phi_a \cos m \theta \exp[i(\omega t - N_s z)] \quad (14)$$

$$G_m^f(N_f r) = I_m(N_f r)/I_m(N_f a_2) \quad \chi_{mp}^f(N_f r) = I_{m+1}(N_f r)/I_m(N_f a_2)$$

$$N_f^2 = N_s^2 - \omega^2/c_f^2 \quad \rho_f: \text{液体の密度} \quad c_f: \text{音波の速度} \quad \phi_a: \text{未知定数}$$

入射波を受ける弾性体中の円筒の動的応答は、上で求めた円孔を有する無限体と、円筒の変位式を円筒の境界条件を満足するように重ね合わせて解析することができる。

3. 数値解析結果と考察

数値計算例として、円筒の内外径比 $a_2/a_1 = 0.9$ 、ポアソン比 $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 0.25$ 、密度比 $\rho_2/\rho_1 = 1.0$ 、 $t=0$ 、入射波の周期 $tp=5\pi$ に対して、円筒と無限弾性体の弾性定数比 $\mu_2/\mu_1 = 10, 100, 1000$ 、入射角 $\phi=45^\circ$ 、円筒内面の条件を変えて(液体の有無、 $\rho_f/\rho_1=0.5$ 、 $C_f/Vb=10.0$) 解析を行い結果を図-2~5に示した。図は、円筒内外面の周方向応力の分布を示しているが、縦軸は全て、応力を弾性定数比で除した値をとり示した。

また液体で満たされている場合についても破線で示した。図の横軸は、 z 軸を示している。図-2で、弾性定数比による応力集中の違いはみられないが、応力を弾性定数比で除した値は比が大きくなれば小さくなっている。比が小さい時、液体の影響が現れるが、(液体が無い時に比べて、大きい値をとる。) 比が大きくなっていくと液体の影響が見られなくなる。

図-3では、図-2と比べて $\mu_2/\mu_1=10$ のとき、値は小さいが同じ挙動を示す。しかし、比が大きくなると正負逆の挙動を示している。

5. まとめ

単一進行波を受ける弾性体中にある厚肉円筒の動的応答問題を取り扱い、円筒の周方向応力について若干の数値解析を行い結果を考察したが、このことから次のようなことがわかった。

- 1) 円筒の内面と外面では、弾性定数比が大きくなると、正負逆の応答を見せる。
- 2) 弾性定数比が大きくなれば応力も大きくなるが、分布の形状にはあまり変化はみられない。
- 3) 液体で満たされた場合は、液体が無い場合より応力の値は大きい、弾性定数比が大きくなると変化はだんだんみられなくなる。

参考文献

- 1) 天野・松岡・吉田・能町：土木学会北海道支部論文報告集，第42号，pp.69~72, 1986
- 2) 丹羽・廣瀬：土木学会論文報告集，第337号，pp.57~66, 1983
- 3) 松岡・能町・岸：構造工学論文集，Vol.1.31A，pp.465~472, 1985
- 4) 坂下・松岡・能町：土木学会北海道支部論文報告集，第32号，pp.155~160, 1976

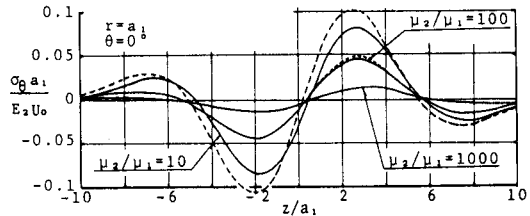


図-2 円筒外面の周方向応力の軸方向分布

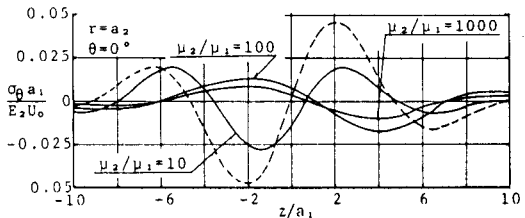


図-3 円筒内面の周方向応力の軸方向分布