

I-475 半無限弾性体上の円板のロッキング振動

埼玉大学工学部 正会員 東原 紘道
○日本IBM 正会員 宿谷 勝

1. 研究の目的

半無限弾性体上の板の動的コンプライアンス理論は、土と構造物の動的相互作用を考える際の一つの理論的基礎を与える。このうち円板の場合には解析が比較的容易なこともあって、従来から多くの研究がなされてきた。そして dual integral equations法の導入により、剛体円板の動的コンプライアンス問題は一応の完成を見たということができる。しかし、それでもなおいくつかの改善すべき点が残されている。一つは対象とする円板を剛体に限らず、変形を許容する理論の形成であり、もう一つは接触条件の拡張である。前者については、すでに定式化が完了している。【2】～【5】 そこで本報告では、さらに後者についての拡張を行う。

2. 理論式

密着した接触条件のもとで、ロッキング振動モードに生じる r , θ , z 方向の3成分の変位と応力について、これらを直接結びつける積分変換を以下に示す。 r , θ , z 方向の変位をそれぞれ u, v, w 応力を $\tau_r, \tau_\theta, \sigma$ とかくと、

$$u_1(r) = \frac{1}{4\mu} \int_0^R s \left[G_{11}(r;s) \tau_1(s) + G_{12}(r;s) \tau_2(s) + G_{13}(r;s) \sigma(s) \right] ds \quad (1)$$

$$u_2(r) = \frac{1}{4\mu} \int_0^R s \left[G_{12}(s;r) \tau_1(s) + G_{22}(r;s) \tau_2(s) + G_{23}(r;s) \sigma(s) \right] ds \quad (2)$$

$$w(r) = \frac{1}{4\mu} \int_0^R s \left[G_{13}(s;r) \tau_1(s) + G_{23}(s;r) \tau_2(s) + G_{33}(r;s) \sigma(s) \right] ds \quad (3)$$

ここに、

$$G_{11}(r;s) = \int_0^\infty \left[b^2 \frac{k\beta}{F(k)} - \frac{k}{\beta} \right] J_0(kr) J_0(ks) dk \quad (4)$$

$$G_{12}(r;s) = \int_0^\infty \left[b^2 \frac{k\beta}{F(k)} + \frac{k}{\beta} \right] J_0(kr) J_2(ks) dk \quad (5)$$

$$G_{13}(r;s) = - \int_0^\infty k^2 \frac{2k^2 - b^2 - 2\alpha\beta}{F(k)} J_0(kr) J_1(ks) dk \quad (6)$$

$$G_{22}(r;s) = \int_0^\infty \left[b^2 \frac{k\beta}{F(k)} - \frac{k}{\beta} \right] J_2(kr) J_2(ks) dk \quad (7)$$

$$G_{23}(r;s) = - \int_0^\infty k^2 \frac{2k^2 - b^2 - 2\alpha\beta}{F(k)} J_2(kr) J_1(ks) dk \quad (8)$$

$$G_{33}(r;s) = \int_0^\infty b^2 \frac{k\alpha}{F(k)} J_1(kr) J_1(ks) dk \quad (9)$$

ただし、

$$F(k) = (2k^2 - b^2)^2 - 4k^2\alpha\beta$$

$$\tau_1 = \tau_\theta - \tau_r, \quad \tau_2 = \tau_\theta + \tau_r; \quad u_1 = (v-u)/2, \quad u_2 = (v+u)/2$$

式(1), 式(2), 式(3)の対象は剛体円板に限定されない。そして、上部構造の運動方程式と連立させることにより、動的相互作用は完全に規定される。

3. 計算結果

上に得られた結果の妥当性を検証するために、これを剛体円板に適用し、既に結果の得られている緩和された接触条件の場合の解と比較する。

Fig. 1, Fig. 2にポアソン比 $\nu = 0, 0.5$ の場合のコンプライアンス関数を示す。図中の実線が今回新たに得られた密着条件に対する解である。また、破線は緩和された接触条件による解である。この図は密着条件により剛性が増加することを示している。

Fig. 3は $\nu = 1/3$ の場合の連成項のコンプライアンス関数である。実線は本研究、破線はLuo【6】、点線はVeletsos【7】の解である。動的応力を用いたVeletsosの解は、本研究の結果と比較的良好に一致している。

4. 参考文献

- 【1】Robertson, I.A., Forced Vertical Vibration of a Rigid Circular Disc on a Semi-infinite Elastic Solid, Proc. Cambridge Philosophical Society 62-A, pp.547-553, 1966
- 【2】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その1. 軸対称鉛直振動, 日本建築学会構造系論文報告集, 第349号, 50-58頁, 昭和60年3月
- 【3】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その2. 鉛直高次モード, 日本建築学会構造系論文報告集, 第371号, 39-40頁, 昭和62年1月
- 【4】東原紘道, 宿谷勝, ねじり振動する円板のコンプライアンス問題, 第35回応用力学連合講演会, 111-112頁, 昭和60年12月
- 【5】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の水平並進振動の直接積分方程式法, 土木学会論文集 第374号, I-6, 523-530頁, 1986年10月
- 【6】Luo, J.E., Westmann, R.A., Dynamic Response of Circular Footings, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 97, pp.1381-1395, 1971
- 【7】Veletsos, A.S., Wei, Y.T., Lateral and Rocking Vibration of Footings, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 97, pp.1227-1248, 1971

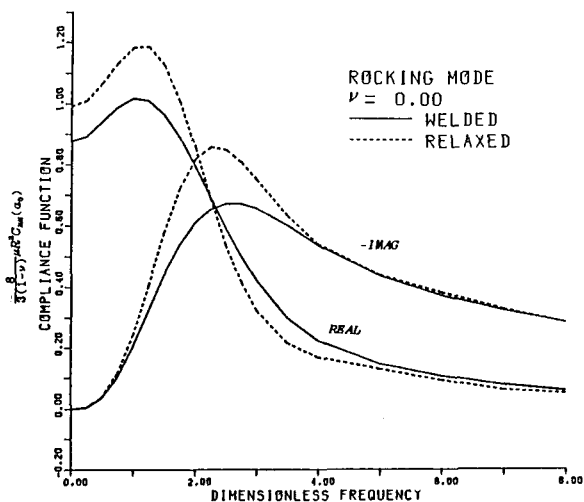


Fig. 1 Rocking Compliance

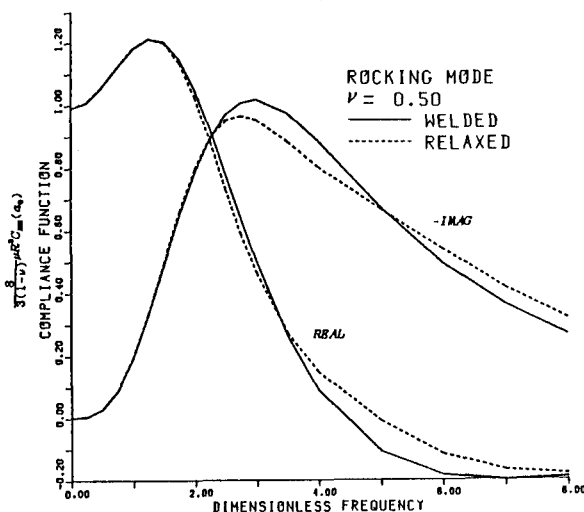


Fig. 2 Rocking Compliance

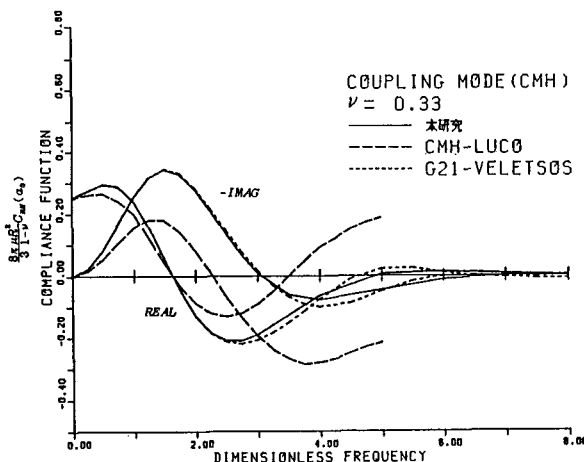


Fig. 3 Coupling Compliance