

I-473 半無限弾性体上の円板の軸対称鉛直振動

埼玉大学工学部 正会員 東原 紘道
日本IBM 正会員 宿谷 勝

1. 研究の目的

半無限弾性体上の板の動的コンプライアンス理論は、土と構造物の動的相互作用を考える際の一つの理論的基礎を与える。このうち円板の場合には解析が比較的容易なこともあって、従来から多くの研究がなされてきた。接触応力を仮定しない厳密な定式化は、Robertson による dual integral equations法により導入された。【1】 dual integral equations法は汎用性の高い手法であり、これは直ちに剛体円板の全てのモードに適用された。この dual integral equations法により、剛体円板の動的コンプライアンス問題は一応の完成を見たといえることができる、しかし、それでもなおいくつかの改善すべき点が残されている。一つは対象とする円板を剛体に限らず、変形を許容する理論の形成であり、もう一つは接触条件の拡張である。前者については、すでに定式化が完了している。【2】～【5】 そこで本報告では、さらに後者についての拡張を行う。

2. 理論式

密着した接触条件のもとで、軸対称鉛直振動モードに生じる鉛直方向及び水平半径方向の2成分の変位と応力について、これらを結びつける積分変換を以下に示す。水平方向及び鉛直方向の変位をそれぞれ応力を τ_r, σ とかくと、

$$u(r) = \frac{1}{\mu} \int_0^R s \left[G_{11}(r;s) \tau_r(s) + G_{12}(r;s) \sigma(s) \right] ds \quad (1)$$

$$w(r) = \frac{1}{\mu} \int_0^R s \left[G_{12}(s;r) \tau_r(s) + G_{22}(r;s) \sigma(s) \right] ds \quad (2)$$

ここに、

$$G_{11}(r;s) = b^2 \int_0^\infty \frac{k\beta}{F(k)} J_1(kr) J_1(ks) dk \quad (3)$$

$$G_{22}(r;s) = b^2 \int_0^\infty \frac{k\alpha}{F(k)} J_0(kr) J_0(ks) dk \quad (4)$$

$$G_{12}(r;s) = - \int_0^\infty k \frac{2k^2 - b^2 - 2\alpha\beta}{F(k)} J_1(kr) J_0(ks) dk \quad (5)$$

ただし、

$$F(k) = (2k^2 - b^2)^2 - 4k^2\alpha\beta$$

また、 μ はせん断剛性率； $\alpha^2 = k^2 - a^2$ ； $\beta^2 = k^2 - b^2$ ； $a = \omega/V_p$ ； $b = \omega/V_s$ ； ω は加振円振動数； V_p と V_s はそれぞれ弾性波の縦波と横波の速さ； J_m は m 次のベッセル関数； R は円板の半径である。

式(5)は密着条件のもとで初めて発生する項であって、緩和条件のもとでは生じ得ない形の被積分関数を持っている。これを式(6)にまで変形すれば、式(4)と同様に扱える。【2】

$$G_{12}(r;s) = \frac{\partial}{\partial r} \int_0^\infty k \frac{2k^2 - b^2 - 2\alpha\beta}{F(k)} J_0(kr) J_0(ks) dk \quad (6)$$

式(1)、式(2)の対象は剛体円板に限定されない。そして、上部構造の運動方程式と連立させることにより、動的相互作用は完全に規定される。

3. 計算結果

上に得られた結果の妥当性を検証するために、これを剛体円板に適用し、既に結果の得られている緩和さ

れた接触条件の場合の解と比較する。

Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3にポアソン比 $\nu=0, 1/4, 1/2$ の場合のコンプライアンス関数をそれぞれ示す。図の横軸は無次元化振動数 ωR であり、縦軸はコンプライアンス関数を $4(1-\nu)$ 倍することにより規格化したものである。図中の実線が今回新たにえられた密着条件に対する解である。また、破線は緩和された接触条件による解である。【2】【6】実線の方が小さな絶対値を持つことは密着条件により剛性が増加することを示している。

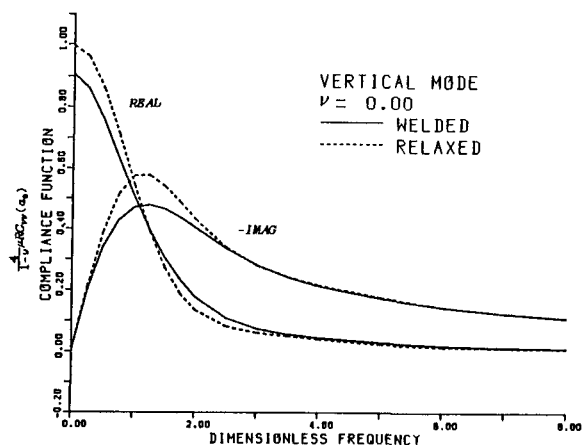


Fig. 1 Vertical Compliance

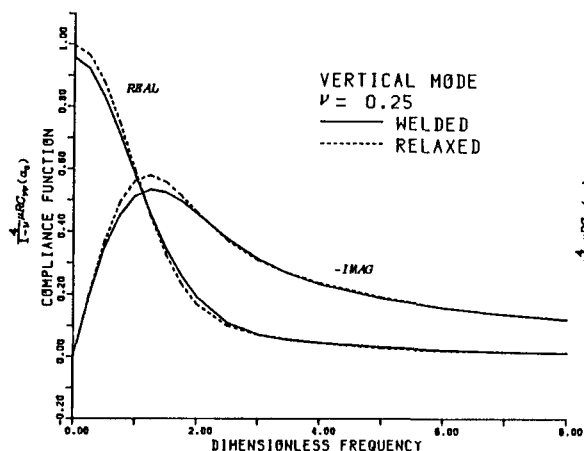


Fig. 2 Vertical Compliance

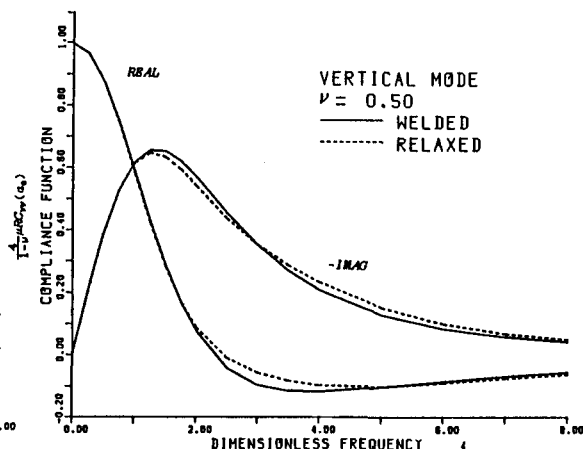


Fig. 3 Vertical Compliance

4. 参考文献

- 【1】Robertson, I. A., Forced vertical vibration of a rigid circular disc on a semi-infinite elastic solid, Proc. Cambridge Philosophical Society 62-A, pp. 547-553, 1966
- 【2】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その1. 軸対称鉛直振動, 日本建築学会構造系論文報告集, 第349号, 50-58頁, 昭和60年3月
- 【3】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の動的コンプライアンス問題—その2. 鉛直高次モード, 日本建築学会構造系論文報告集, 第371号, 39-43頁, 昭和62年1月
- 【4】東原紘道, 宿谷勝, ねじり振動する円板のコンプライアンス問題, 第35回応用力学連合講演会, 111-112頁, 昭和60年12月
- 【5】東原紘道, 半無限弾性体上の円板の水平並進振動の直接積分方程式法, 土木学会論文集 第374号, I-6, 523-530頁, 1986年10月
- 【6】Luco, J. E., Westmann, R. A., Dynamic Response of Circular Footings, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 97, pp. 1381-1395, 1971