

I-442

確率有限要素法による断層運動の解析

佐藤工業（株）

正員 岡重 嘉泰

京都大学防災研究所

正員 土岐 憲三

（財）大阪土質試験所

正員 澤田 純男

1.概説 筆者等¹⁾は、断層面にジョイント要素を適用した有限要素法により断層運動の解析を行ってきたが、この手法では断層面上の降伏応力（静摩擦力）、残留応力（動摩擦力）を仮定している。しかし、これらの値は不明な点が多く、確率変数として扱うべき値であると考えられる。そこで本研究では、降伏応力（ τ_y ）と残留応力（ τ_r ）を確率変数とした解析を試みた。有限要素法に確率論を導入する最も容易な手法としては乱数を用いるモンテカルロ法がある。しかし、自由度数の大きなモデルの解析を数多く繰り返すことは、膨大な計算量となり、実際上不可能である。これを改善するために、本研究では有限要素法の静的問題に適用された線形一次近似理論²⁾を動的問題に拡張し、断層運動の解析を行った。

2.線形一次近似理論の適用 断層運動を有限要素法で解析する場合、運動方程式はNewmarkの β 法より次式で表される。

$$[M]\ddot{\{x\}} + \frac{\Delta t}{2}[c]\dot{\{x\}} + \beta\Delta t^2[K]\{x\} = \{f\} - [C]\{\dot{x}_{i-1}\} + \frac{\Delta t}{2}[\ddot{x}_{i-1}] - [K]\{x_{i-1}\} + \Delta t\{\dot{x}_{i-1}\} + \frac{\Delta t^2}{4}\ddot{x}_{i-1} + \{CF_i\} \quad (1)$$

いま、調整外力 $\{CF_i\}$ が不確定要因 $\{r\} = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ の関数であるとすれば、 $\{\ddot{x}_i\}$ も $\{r\}$ の関数になる。

$$\{\ddot{x}_i\} = \{\ddot{x}_i(r_1, r_2, \dots, r_m)\} \quad (2)$$

いま、 $\{\ddot{x}_i\}$ を確率変数 r の期待値 $\{\bar{r}\} = \{\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_m\}$ （ここで $\bar{r}_k = E[r_k]$ 、 $k=1, 2, m$ ）の近傍でTaylor展開し、二次以上の項を無視すれば、

$$\{\ddot{x}_i\} = \{\ddot{x}_i(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_m) + \sum_{k=1}^m (r_k - \bar{r}_k) \left(\frac{\partial \{\ddot{x}_i\}}{\partial r_k} \right) \Big|_E \} \quad (3)$$

ここで $\frac{\partial \{\ddot{x}_i\}}{\partial r_k} \Big|_E$ は偏導関数 $\frac{\partial \{\ddot{x}_i\}}{\partial r_k}$ の平均値 $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3$ における値であり、これらの微係数を求めることにより $\{\ddot{x}_i\}$ の平均値、分散を求めることができる。本研究では式(1)を確率変数 r_k で偏微分して変形する

ることにより、各時間ステップにおける $\frac{\partial \{\ddot{x}_i\}}{\partial r_k} \Big|_E$ を次式により求めた。

$$[Q] \frac{\partial \{\ddot{x}_i\}}{\partial r_k} = \frac{\partial \{0\}}{\partial r_k} - [C] \left(\frac{\partial \{\dot{x}_{i-1}\}}{\partial r_k} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial \{\ddot{x}_{i-1}\}}{\partial r_k} \right) - [K] \left(\frac{\partial \{x_{i-1}\}}{\partial r_k} + \Delta t \frac{\partial \{\dot{x}_{i-1}\}}{\partial r_k} + \frac{\Delta t^2}{4} \frac{\partial \{\ddot{x}_{i-1}\}}{\partial r_k} \right) + \frac{\partial \{CF_i\}}{\partial r_k} \quad (4)$$

式(4)を解くためには調整外力の微係数が必要であるがこれは次のように求めることができる。即ち、ジョイント要素は図-1に示すような応力の時刻歴を持つ。そして、ジョイント要素が破壊した時に生じる調整外力は、動的応力降下量 $(\Delta\tau_d = \{CF_i\} = \tau_y - \tau_r)$ と等しい。従って、確率変数で偏微分すると次式ようになる。本研究では確率変数を降伏応力（ τ_y ）、残留応力（ τ_r ）としている。

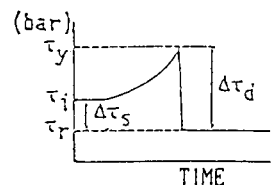


図-1 ジョイント要素の応力の時刻歴

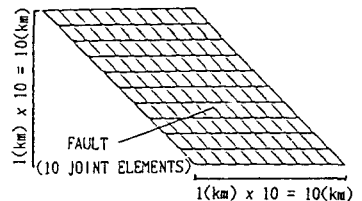


図-2 解析モデル

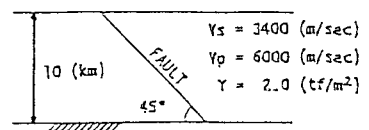


図-3 地殻構成

表-1 解析ケース

	YIELD STRESS τ_y	RESIDUAL STRESS τ_r	INITIAL STRESS τ_i	DYNAMIC STRESS DROP $\tau_y - \tau_r$	STATIC STRESS DROP $\tau_r - \tau_i$
CASE 1	VARIABLE*	$\tau_y - 30.0(\text{BAR})$	CONSTANT	CONSTANT	VARIABLE
CASE 2	VARIABLE*	CONSTANT	CONSTANT	VARIABLE	CONSTANT
CASE 3	CONSTANT	VARIABLE*	CONSTANT	VARIABLE	VARIABLE

(*) COEFFICIENT OF VARIATION : 0.02, 0.05, 0.10

$$\frac{\partial \{CF_i\}}{\partial \tau_y} = 1, \quad \frac{\partial \{CF_i\}}{\partial \tau_r} = -1 \quad (5)$$

ジョイント要素が破壊した後はジョイント要素の応力と残留応力の差で調整外力を表し($\{CF_i\} = \sigma - \tau_r$)、それを確率変数で偏微分し調整外力の微係数とする。即ち次式のように表される。

$$\frac{\partial \{CF_i\}}{\partial \tau_y} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau_y}, \quad \frac{\partial \{CF_i\}}{\partial \tau_r} = \frac{\partial \sigma}{\partial \tau_r} - 1 \quad (6)$$

式(5)、式(6)の値を式(4)に代入することによって加速度の微係数 $\frac{\partial \{x_i\}}{\partial \tau_y}$ を計算することができる。ただし、本手法では破壊の情報が平均値モデルのみで与えられ、応力の変動によるジョイント要素の破壊時刻の変化は考慮していない。

3. 確率有限要素法とモンテカルロ法の比較

確率有限要素法の結果の検証のため図-2のモデルについて、確率有限要素法とモンテカルロ法の両手法により解析を行い、その結果の比較を行った。解析モデルは、10個のジョイント要素からなり、断層長は14.1kmである。図-3に解析対象とした地殻構成を示す。図から明らかなように地殻は一層である。また、解析は表-1に示すように、降伏応力と残留応力のどちらか又は両方を変動させた3通りのケースについて解析した(例えばケース3では残留応力のみを変動させている)。図-4にケース3(変動係数0.05)の線形一次近似理論による変位波形とモンテカルロ法による変位波形を示した。ただし、波形は断層線上の記録とした。ここで、モンテカルロ法の変位波形は表層のジョイント要素の破壊時刻が期待値を用いた値に一致するように時刻歴波形の時間軸をずらしている。このことによって、破壊時刻の違いによる波形への影響を除去できると考えた。図から明らかなように、ケース3では双方はよい一致を示している。しかしケース1,2の場合は、標準偏差の形は似ているがその大きさは異なっている(ケース1,2については発表の際に示す)。次に、加速度波形を図-5に示す。加速度については、線形一次近似理論の標準偏差の値がモンテカルロ法に比べてかなり小さくなっている。その原因として、加速度波形は断層の破壊状態に大きく影響されと考えられ、破壊状態の影響を考慮できない線形一次近似理論の標準偏差が小さくなる結果となる。以上の結果から、本研究で開発した線形一次近似理論を用いた確率有限要素法は変位などの破壊状態の影響が小さいパラメータの解析には十分利用できることが分かった。今後は、ジョイント要素の破壊時刻の変動をいかに考慮するかが課題である。

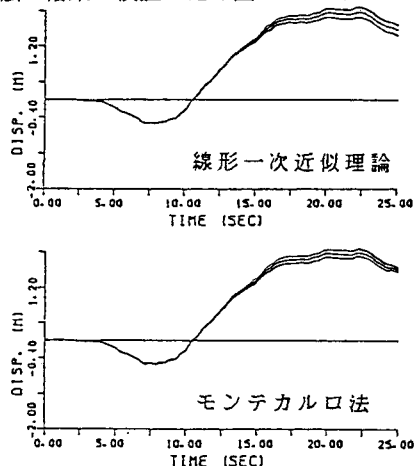


図-4 変位の期待値と
標準偏差(1σ)の時刻歴

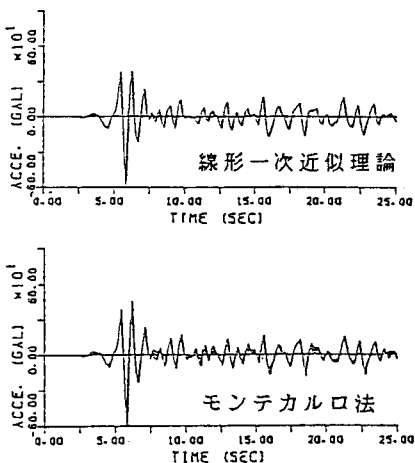


図-5 加速度の期待値と
標準偏差(1σ)の時刻歴

(参考文献)(1) Toki, k. and Miura, F. : Simulation of a Fault Rupture Mechanism by a Two-dimensional Finite Element Method, J. Phys. Earth, 33, 1985, pp. 485-511.

(2) 桜井春輔他 : 有限要素法による斜面の信頼性解析、土木学会論文報告集第330号、昭和58年2月、pp. 87~97.