I-388　上路式アーチ橋の面内振動について

信州大学　正員　○　夏　目　正　太　郎
信州大学　正員　　　石　川　清　志

１．まえがき

固有マトリクス（未定係数）法による平面骨組構造の動的解析について、表題のような骨組系を設定し、地盤より正弦型変位が与えられたときの系全体の応答を調べる。

固有マトリクス法は一本の棒の平面的状態量の一般解を基にして骨組構造の節点における平衡条件、適合条件を満足させ移行演算をおこない、支点での支持状態（境界条件）、振動開始時の初期条件を満たすように固有マトリクスを決定し、構造物各部の状態量を求めるのである。

外力は力学量でも変位量でも任意に取り込むことが出来、特解にそれを導入する。従って、荷重マトリクスを含まないときは、斉次解も特解も同じでよいことは一次元系で立証済である。二次元系骨組の場合は初期条件を適用するにあたり、静止しているということで変位と変位速度がゼロになる。この変位とは、全体座標の横軸と縦軸方向の全体変位のことで、各部材の局部変位を全体座標へ射影したものがそれであると考えればよい。初期条件を満足すれば、もはや未知量はないので時間を追っての状態量を求めることが出来る。

２．固有値と固有マトリクス

図－1.

図－１．に見られる構造物の場合ガーダーの左端、支柱の下端またはアーチ部の左端は何れも局部座標のゼロ端の境界条件を与える。すなはちその点での部材の状態量により、６個の未定係数を持つ固有マトリクスを３個のの未定係数で表示することが出来る。これを半固有マトリクスと称している。固有マトリクス法はゼロ端の固有マトリクス（未知数群）を、中間節点において移行演算によりて順次他の境界条件にまで移行し、そこで斉次解では固有値方程式を得、特解では平衡方程式を得る。これは微分方程式の境界値問題で前者からは固有値を後者からは固有マトリクスを決定するのである。一節点に３本の部材が集まっている場合には、力の平衡は総ての部材の間で行われるが、変位の適合性は二本の部材間でしか成立させられない。そこで支柱の３次または６次の固有マトリクスを残りの適合条件を用いて消去し、ガーダーとアーチとの固有マトリクスに置き換えると、右端の境界条件ではこれらの固有マトリクスで表示出来る。アーチ（曲線部）にては細分割し弧を弦に近似させて、棒の挙動として解くのである。故にここでは支柱の有る節点と無い節点に付いて移行式がたてられる。

ガーダー部　$$\begin{bmatrix} U(0) \\ V(0) \end{bmatrix}_r^G = \begin{bmatrix} U(1) \\ V(1) \end{bmatrix}_{r-1}^G + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}_r V_{(1)r}^{S} + \langle K_r \rangle \quad (1)$$

アーチ部　$$\begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U(0) \\ V(0) \end{bmatrix}_r^A = \begin{bmatrix} L' & 0 \\ 0 & R' \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U(1) \\ V(1) \end{bmatrix}_{r-1} + \left\langle \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}_r V_r^{S}(0) \right\rangle + \langle K_r \rangle \quad (2)$$

３．初期条件

斉次解で振動の固有値は求まったが、固有マトリクスの未定係数は一つの係数との比でしか定まらない。この基準になった係数を決定するために、初期条件を用いる。

すなはち、全体座表における変位と変位速度がゼロということで、これらをＦＯＵＲＩＥＲ　ＳＩＮＥ　級数で近似させその係数を決定するため、縦軸と横軸の領域全体にわたって積分する。このようにして得られたＦＯＵＲＩＥＲ係数には、斉次解で残った各固有値ごとの未定係数が含まれている。これが展開項ごとに表示されるが、静止していることから係数はゼロでなけねばならない。今、この未定係数を Ω とすれば Ω に関する連立方程式を得、Ω が求まる。

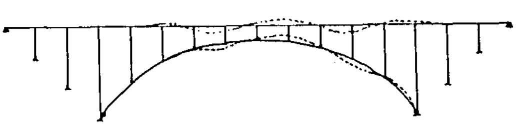
固　有　値
42．354360
74．014574
123．996623
139．054517
147．457384
204．885189
234．806375
276．513243
280．343989
287．444627
364．677652
383．074680

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \vdots \\ \Omega_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \qquad (3)$$

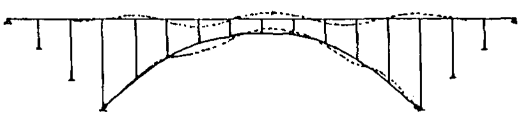
かくしてもはや未知なるものがないので、構造物の振動を時間と共に追って見ることが出来る。

４．あとがき

図－２．と図－３．は初期の振動示しており、与えられた地動は支柱よりガーダーやアーチへ伝えられている。その初期挙動は左から右へ向かうものであったが、構造物の動きは位相の変化としては右から左へ移動している。これは境界に波が到達して反射したためと思われる。またここに見られるように長さの異なる部材が混在する場合には、それらの挙動が必ずしも同じでないために、思いがけない力を受ける部材を生じかねない。固有マトリクス法は、部材各部の軸力、剪断力またはモーメントを直ちに知ることが出来るのが特徴の一つである。



図－２．　$t=0.001s$



図－３．　$t=0.010s$

全長 64m；アーチ径間 40m
ライズ 10m

参考文献：１）マトリクス構造解析（演算子法による梁、アーチの振動）谷本勉之助
２）耐震工学　　岡本舜三