

I-375

門型ラーメンの非線形振動について

日本大学生産工学部

日本大学生産工学部

東邦産業

日本大学大学院

正員 能町 純雄

正員 木田 哲量

正員 小口 秀次

学生員 ○本屋敷繁寿

1. はじめに

門型ラーメンが水平振動力を強制された場合の水平地盤加速度に対する応答変位と応答モーメントに関する非線形解析を考察したものである。

解析モデルとしての門型ラーメンは、図-1に示すような非線形フォークト体としての力学特性を有する材料を柱材とし、門型ラーメンの振動質量は離散系とし、上部横ばりはその剛性が無限大で剛な地盤に固定支持されているものとする。（図-2；参照）

まず、非線形フォークト体の柱材が外力を受けた時の復元応力 σ をひずみ ϵ に対して非線形なダフィン形応力と粘性抵抗の和とする。

$$\sigma = E \left(\epsilon - \frac{\epsilon^3}{3\epsilon_0^2} \right) + E' \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 E ；柱材の弾性係数、 ϵ_0 ；最大静的応力に対するひずみ値、 E' ；柱材の粘性係数、 t ；時間

つぎに、柱部材の断面においては、平面保持の法則が成り立つものと仮定すると図心軸から距離 ξ におけるひずみは、 $\epsilon = \xi / \rho$ で与えられる。（なお、 ρ ；曲率半径）したがって、この断面の中立軸に関する曲げモーメント M はつぎのようになる。

$$M = \int_A \xi \sigma dA = \int_A \left\{ \xi E \left(\frac{\xi}{\rho} - \frac{\xi^3}{3\rho^3\epsilon_0^2} \right) + \xi E' \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\xi}{\rho} \right) \right\} dA$$

$$\therefore M = \frac{EI}{\rho} - \frac{EI'}{3\rho^3\epsilon_0^2} + E'I \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (2)$$

ここで、 $I = \int_A \xi^2 dA$ 、 $I' = \int_A \xi^4 dA$

そこで、 $\kappa = 1/\rho$ 、 $\epsilon_0^2 (I/I') = \kappa_0^2$ とおくと式(2)はつぎのようになる。

$$M = EI\kappa \left(1 - \frac{\kappa^2}{3\kappa_0^2} \right) + E'I \frac{\partial \kappa}{\partial t} \quad (3)$$

ここで、 κ ；柱部材断面の曲率、 EI ；柱材の曲げ剛性、 κ_0 ； ϵ_0 を与えるときの曲率

いま、左右の柱は同一の断面構成とし、柱の両端A、Bにおけるslopeは0、かつ変位を位置 x の3次式と仮定すれば水平たわみ y は式(4)となる。よって、同式から κ が得られる。

$$y = y_A \left(2 \frac{x^3}{l^3} - 3 \frac{x^2}{l^2} + 1 \right) + y_B \left(3 \frac{x^2}{l^2} - 2 \frac{x^3}{l^3} \right) \quad (4)$$

$$\kappa = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{6(y_A - y_B)}{l^2} \left(2 \frac{x}{l} - 1 \right) \quad (5)$$

ここで、 y_A 、 y_B ；柱端A、Bのたわみ

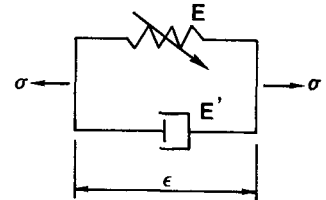


図-1

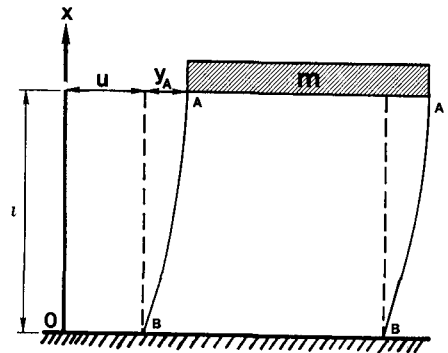


図-2

さて、水平たわみに対する横ばり直下の断面A-Aに関する運動方程式は力のつり合い条件から次のようになる。

$$-\frac{24EI}{l^3} y_0 \left\{ \eta \left(1 - \frac{\eta^2}{3} \right) + \frac{E'}{E} \frac{\partial \eta}{\partial t} \right\} = m \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + y_0 \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right) \quad (6)$$

ただし、 $y_0 = l^2 \kappa_0 / 6$, $\eta = y_A / y_0$

2. 変位応答曲線

まず、点Aの水平たわみ y_A 、水平地動 u および無次元たわみ η はそれぞれ、時間 t の調和関数とおくことができる。

$$y_A = \bar{y}_A \sin \omega t \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -p \sin(\omega t + \alpha) \quad (8)$$

$$\eta = \bar{\eta} \sin \omega t \quad (9)$$

さらに、 $\xi^2 = (m l^3 / 24 E I) \omega^2$ 、 $(E' / E) \omega = 2 h \xi$ 、 $P = m l^3 p / 24 E I y_0$ とおくならば、式(6)は、次のような変位応答曲線を示す式が得られる。

$$\bar{\eta} \left[\left(1 - \frac{\bar{\eta}^2}{4} - \xi^2 \right)^2 + 4 h^2 \xi^2 \right] = P^2 \quad (10)$$

この式(10)において、無次元入力加速度 P をパラメーターとすれば、無次元周波数 ξ と無次元応答変位 $\bar{\eta}$ の曲線が得られる。(図-3)

さらに、節点曲げモーメントの振幅 M は、

$$M = \left(\frac{6 E I}{l^2} y_0 \right) \bar{\eta} \left\{ \left(1 - \frac{\bar{\eta}^2}{4} \right)^2 + 4 h^2 \xi^2 \right\}^{1/2} \quad (11)$$

となる。この式(11)における曲線を図-4に示した。

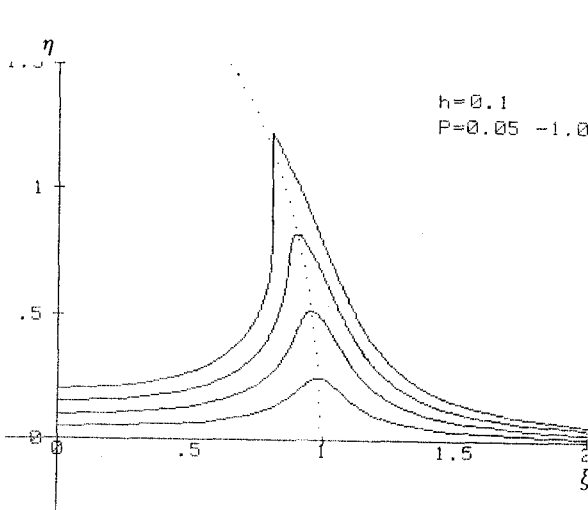


図-3

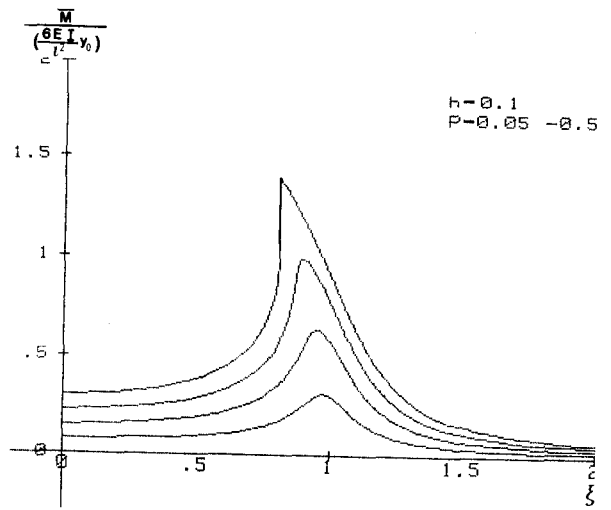


図-4

参考文献

- 1) 日本学術会議地震工学研究連絡委員会：能町純雄，木田哲量，澤野利章 “砂質地盤の非線形せん断応答”；昭和61年12月，第7回日本地震工学シンポジウム（1986）講演集，p. 577～582