

I-374 非線形三要素マックスウェル体のせん断振動について

日本大学 正員 能町純雄

日本大学 正員 木田哲量

日本大学○正員 澤野利章

1. はじめに 砂質土のような粒状媒体がせん断振動を強制された場合の加速度応答曲線を求めると、入力加速度が大きくなるほど、応答加速度のピーク値が低周波領域に移行するスプリングソフトニング減少が認められる。本論文では、この減少を非線形三要素マックスウェル体の振動により、説明することを試みたものである。

図-1のような砂質土層を仮定し、これにせん断振動を強制した場合の運動方程式は式(1)となる。

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + p \right) \quad (1)$$

さて、非線形三要素マックスウェル体は、線形マックスウェル体と非線形バネを並列したものである。(図-2)

このモデルに強制力を加えた場合の復元応力 τ_0 は式

(2)となる。

$$\tau_0 = \tau'_0 + \tau''_0 \quad (2)$$

ここで、 τ'_0 ；非線形バネによる復元応力、 τ''_0 ；線形マックスウェル体の復元応力

非線形バネの復元応力は、ある範囲を越えると復元作用を失うことから、ひずみ r の3次式で仮定する。

$$\tau'_0 = G_0 \left(r - \frac{r^3}{3 r_i^2} \right) \quad (3)$$

ここで、 G_0 ；非線形バネ定数、

r_i ； $\partial \tau / \partial r = 0$ の時のひずみ値

また、線形マックスウェル体では、バネとダッシュポットの復元応力が等しいことから

$$\tau''_0 = G_1 r_a = G' \dot{r}_b \quad (4)$$

となる。したがって、式(2)は

$$\tau_0 = G_0 \left(r - \frac{r^3}{3 r_i^2} \right) + G_1 r_a \quad (5) \quad \tau_0 = G_0 \left(r - \frac{r^3}{3 r_i^2} \right) + G' \dot{r}_b \quad (6)$$

となる。ここで、 G_1 ；バネ定数、 G' ；粘性定数、 r_a ；バネのひずみ、 $\dot{r}_b$ ；ダッシュポットのひずみ速度

一方、図-1の構造系において境界条件 $x=0$ で $u=0$ 、 $x=l$ で $r=0$ を満足するように変位 u を次式のとおき仮定する。

$$u = U \sin \left(-\frac{\pi}{2\ell} x \right), \quad r = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\pi}{2\ell} U \cos \left(-\frac{\pi}{2\ell} x \right) \quad (7)$$

また、底面のひずみ r_0 ($x=0$ の場合)は、

$$r_0 = \frac{\pi}{2\ell} U$$

となる。ここで、 U ；天端の変位(最大変位)

式(1)の両辺に $\sin \left(-\frac{\pi}{2\ell} x \right)$ を乗じ、 $x=0$ から $x=l$ まで積分して $x=0$ の場合について注目

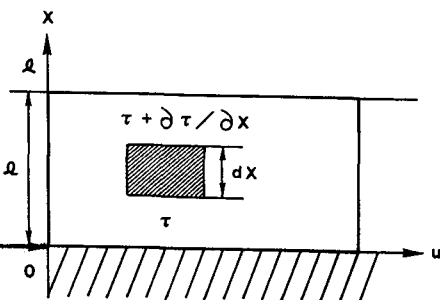


図-1 砂質土層

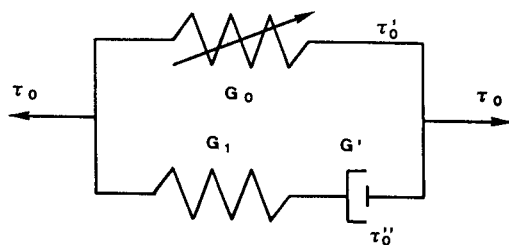


図-2 非線形マックスウェル体

すると、

$$-\frac{\pi}{2\ell} \int_0^\ell r \cos \frac{\pi}{2\ell} x dx = \rho \frac{\ell^2}{\pi} \ddot{\gamma}_0 + \rho \frac{2\ell}{\pi} p \quad (8)$$

となる。つぎに、式(7)の関係より、各々のひずみは

$$\gamma = \gamma_0 \cos \frac{\pi}{2\ell} x, \quad \gamma_a = \gamma_{a0} \cos \frac{\pi}{2\ell} x, \quad \gamma_b = \gamma_{b0} \cos \frac{\pi}{2\ell} x \quad (9)$$

とすることができる。式(6)と式(8)を結び、式(9)の関係を代入すると式(10)を得る。

$$G_0 \left(\gamma_0 - \frac{\gamma_0^3}{4\gamma_1^2} \right) + G_1 \gamma_{a0} = -\frac{4\ell}{\pi^2} \rho (\ell \ddot{\gamma}_0 + 2p) \quad (10)$$

2. 応答ひずみスペクトル 各ひずみを時間の関数として次のように仮定する。また、外力 p も調和振動外力として表す。

$$\gamma_{a0} = \bar{\gamma}_{a0} \sin \omega t, \quad \gamma_{b0} = \bar{\gamma}_{b0} \cos \omega t, \quad \gamma_0 = \bar{\gamma}_0 \sin (\omega t + \alpha) \\ p = \bar{p} \sin (\omega t + \beta) \quad (11)$$

とすると、式(1)、(5)および(11)の関係より式(10)は次式で表すことができる。

$$\eta^2 \left[\left\{ n - \frac{3n}{16} \eta^2 - \xi^2 + \frac{4h^2\xi^2}{4h^2\xi^2 + 1} \right\}^2 + \frac{4h^2\xi^2}{(4h^2\xi^2 + 1)^2} \right] = P^2 \quad (12)$$

ここで、

$$\eta = \frac{\gamma_0}{\gamma_1}, \quad n = \frac{G_0}{G_1}, \quad 2h\xi = \frac{G' \omega}{G_1}, \quad \xi^2 = \frac{4\rho \ell^2 \omega^2}{\pi^2 G_1}, \quad P = \frac{8\rho \ell \bar{p}}{\pi^2 G_1 \gamma_1}$$

3. 応答加速度スペクトル 既往の実験においては、砂質土層表面の加速度スペクトルが求められている。そこで、図-1における $x = \ell$ の場合の加速度を求め、スペクトルを計算する。すなわち、式(1)における $x = \ell$ の場合は、式(6)から得られる。

$$\frac{\partial \gamma}{\partial x} = G_0 \left(\frac{\partial \gamma}{\partial x} - \frac{\partial \gamma}{\partial x} \frac{\gamma^2}{\gamma_1^2} \right) + G' \frac{\partial \dot{\gamma}_b}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + p \right) \quad (13)$$

よって、表面応答加速度スペクトルは式(14)で表すことができる。

$$\eta^2 \left[\left\{ n + \frac{4h^2\xi^2}{4h^2\xi^2 + 1} \right\}^2 + \frac{4h^2\xi^2}{(4h^2\xi^2 + 1)^2} \right] = A^2 \quad (14)$$

$$\text{ここで、} A = \left| \frac{2\rho \ell (\ddot{u} + p)}{G_1 \gamma_1 \pi} \right|_{x=\ell}, \quad \ddot{u} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{である。}$$

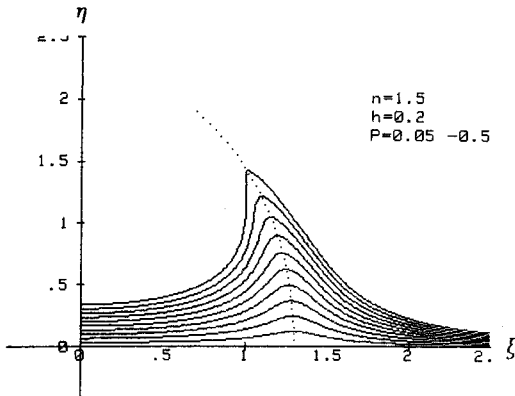


図-3 応答ひずみ一周波数スペクトル

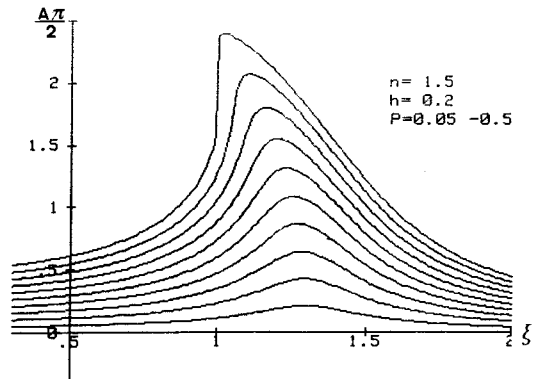


図-4 表面応答加速度一周波数スペクトル