

I-345

面内加振を受けるケーブルの面外分岐応答(減衰力の影響)

長崎大学工学部 学生員 ○白石隆俊

長崎大学工学部 正員 高橋和雄

1. まえがき ケーブルへの加振力が面内のみであっても、面外振動が励起されることは、よく知られている¹⁾。これを非線形振動の立場より見れば、ケーブルの幾何学的非線形項を介して生ずる面外非線形分岐応答とみなすことができる²⁾。著者らは、非線形分岐応答を、面内・面外とも1自由度系とみなして、水平ケーブルの分岐挙動に及ぼす形状パラメーターの影響を明らかにしている³⁾。これより、ケーブルの面外分岐特性はかなり明確になってきたが、減衰の効果を入れないと分岐領域が定まらないことが判明してきた。引き続き、本研究は、分岐挙動に及ぼす減衰の影響を評価するものである。

2. 解法 完全可撓性・伸張性を仮定した単一ケーブルの3次元運動方程式を、面内の自由度 P_n および面外の自由度 Q_n について離散化すれば、次のような連立非線形常微分方程式が得られる。

$$m_n \ddot{P}_n + k_n P_n + k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n k_{je}{}^{in} P_j P_i + \frac{1}{2} k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n k_{qe}{}^{in} Q_j Q_i + \frac{1}{2} k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n k_{jem}{}^{in} P_j P_i P_m + \frac{1}{2} k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n k_{jqr}{}^{in} P_j Q_i Q_r = 8\gamma^* f_n^2 \cos \omega \tau \quad (1)$$

$$m_n \ddot{Q}_n + k_n Q_n + k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n k_{je}{}^{on} Q_j P_i + \frac{1}{2} k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n k_{jem}{}^{on} Q_j P_i P_m + \frac{1}{2} k' \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^n k_{jqr}{}^{on} Q_j Q_i Q_r = 8\gamma^* f_n^2 \cos \omega \tau \quad (2)$$

ここに、 $n=1, 2, \dots$, $m^i, n, \dots, f^o_n$: suffix iは面内を、suffix oは面外を表す。 k : 縦波-横波伝播速度比、上式において、 P_n , Q_n はケーブルの支点間距離で無次元化され、 $\bar{\omega}$ は弦の1次固有円振動数で無次元化された加振円振動数である。

本研究では、面内・面外の自由度をそれぞれ1個採用して、各自由度に線形減衰力を考慮する。このとき面内方向にのみ加振される場合の運動方程式は次のように表される。

$$\ddot{P}_1 + 2h_1 \dot{P}_1 + a_1 P_1 + b_1 P_1 P_1 + c_1 Q_1 Q_1 + d_1 P_1 P_1 P_1 + e_1 P_1 Q_1 Q_1 = p \cos \omega \tau \quad (3)$$

$$\ddot{Q}_1 + 2h_2 \dot{Q}_1 + a_2 Q_1 + b_2 Q_1 P_1 + c_2 P_1 P_1 Q_1 + d_2 Q_1 Q_1 Q_1 = 0 \quad (4)$$

ここに、 $a_1, b_1, \dots, c_2, d_2$: 式(1), (2)をそれぞれ m^i, m^o で割った係数

式(4)の右辺は零であるので、 $Q_1=0$ (面外振動が生じない)が付随解である。したがって、 $Q_1=0$ のもとに、式(3)から面内加振による付随解である面内応答($P_1 \neq 0$)が得られる。しかし、式(4)の係数に P_1 が含まれるために、係数励振によって、特定の振動数領域で、 Q_1 が分岐する($Q_1 \neq 0$)。この面外分岐応答と分岐後の面内応答が式(3), (4)を減衰の影響をも考慮して次のように仮定する。

$$P_1 = C_0/2 + C_1 \cos \omega \tau + S_1 \sin \omega \tau \quad (5)$$

$$Q_1 = \bar{C}_0/2 + \bar{C}_1/2 \cos \omega \tau / 2 + \bar{S}_1/2 \sin \omega \tau / 2 + \bar{C}_1 \cos \omega \tau + \bar{S}_1 \sin \omega \tau \quad (6)$$

ここに、 C_0, C_1, S_1 : 付随形の振幅成分、 $\bar{C}_0, \bar{C}_1/2, \bar{S}_1/2, \bar{C}_1, \bar{S}_1$: 分岐形の振幅成分($\bar{C}_1/2, \bar{S}_1/2$: 主不安定領域(周期 $2T$)、 $\bar{C}_1, \bar{S}_1$: 副不安定領域(周期 T))。

式(5), (6)を式(3), (4)に代入して調和バランス法を適用すれば、8個の非線形連立代数方程式が得られる。これらをNewton Raphson法による数値解析すれば、必要な解を得ることができる。数値解析に当って、先ず分岐成分($\bar{C}_0 \sim \bar{S}_1$)を零とおいて、付随成分($C_0 \sim S_1$)のみを求める。次いで、加振振動数 $\omega = 2\omega^0, \omega = \omega^0$ 付近で分岐成分に零以外の適当な初期値を代入して、分岐成分と分岐後の付随成分を求めることができる。

3. 数値結果 面内付随応答及び面外分岐応答に及ぼす減衰力の効果を把握するために、代表的なサグ比をもつケーブルについて考察を行なう。図-1, 2は水平ケーブル(伝播速度比 $k=30$)のサグ比 $\gamma=0.026, 0.04$ に対する面内対称1次の付随応答、面外対称1次振動の分岐応答である。これらの図において、横軸が加振振動数で、縦軸が各振幅成分である。各ケースとも静的応答が、スパンの1/1000となるように荷重強度を設定している。図中において、 $C_1, -C_1$ の2本の応答曲線が非減衰系の面内応答を、また、 $A=\sqrt{C_1^2 + S_1^2}$ が減衰

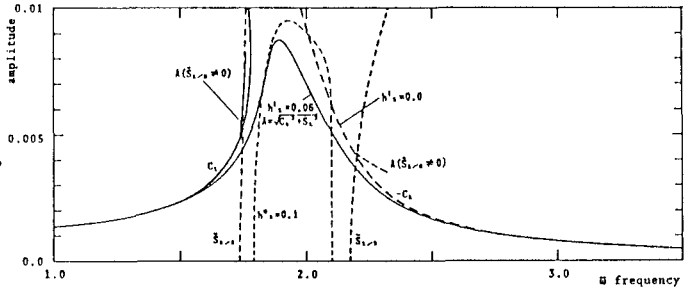
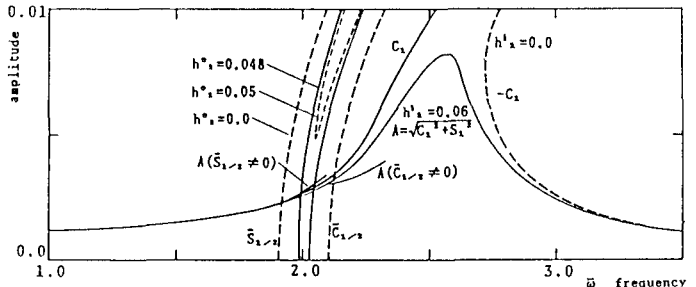
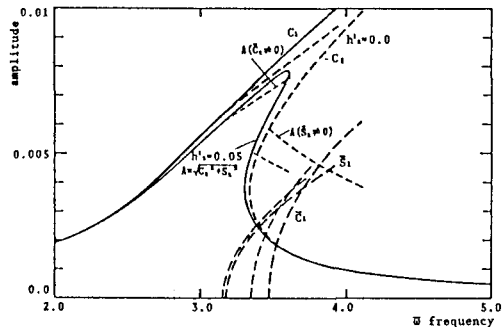
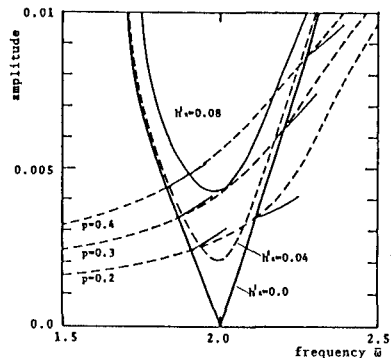
系の面内応答を示す。図のように、減衰力を無視した場合に定まらなかった面内応答の共振振幅が有限の大きさとなっている。また、面内応答は、共振点近傍で減衰力の影響を著しく受ける。一方、 $\bar{\omega}=2.0$ 付近の $\bar{S}_{1/2}$ 、 $\bar{C}_{1/2}$ で表された曲線は、面外振動の主不安定領域の分岐応答である。図-1の $\bar{S}_{1/2}$ によって生ずる2本の分岐応答曲線は、減衰力が作用すると、上側が閉じる。このタイプの分岐応答では、分岐点近傍の応答がほとんど減衰力の影響を受けないので、減衰力がある場合も面外分岐応答が生ずるものと考えられる。これに対して、図-2の $\bar{\omega}=2.0$ 付近の $\bar{S}_{1/2}$ と、 $\bar{C}_{1/2}$ で囲まれた主不安定領域は、減衰力の増大とともに、その幅が狭くなり、応答曲線の下側が閉じる。このタイプの分岐応答は、減衰力の影響を著しく受けることが予想される。

図-3は、水平ケーブル($\gamma=0.1$)の面内対称1次振動の付随応答と面外対称3次振動の副不安定領域の面外分岐応答である。本ケースは、水平ケーブルのうち、最も非線形性強い場合である。減衰力が存在すると、面内応答は上下2個の鉛直接線をもつ。この領域の振幅は不安定で、実現しえない。従って、鉛直接線で囲まれた面内応答より分岐する面外応答は存在しない。また、 $\bar{\omega}=3.2$ 付近で同位相の面内応答(C_1)から生ずる面外分岐応答($\bar{S}_1$)は、減衰力を無視した場合上限が定まらない。しかし、減衰力を考慮すると、面内応答が有限となるために、その領域が定まることになる。

図-4は、サグ比 $\gamma=0.04$ のケーブルの主不安定領域の分岐点を荷重強度を変化させて求めたものである。減衰力の効果は幅の狭い不安定領域を安定に変える。

4. まとめ ケーブルのサグ比をパラメーターにした不安定領域の変動などは、当日発表する。

参考文献 1)山口・宮田・伊藤：第24回構造工学シンポジウム論文集、1978、2)高橋・田川・佐藤：土木学会論文集、第350号、1984、3)高橋・麻生・小坪・小西：構造工学における数値解析シンポジウム論文集、第10巻、1986、4)山口・伊藤：土木学会論文報告集、第286号、1979


 図-1 サグ比 $\gamma=0.026$ の水平ケーブルの分岐応答 (1st, 1st)

 図-2 サグ比 $\gamma=0.04$ の水平ケーブルの分岐応答 (1st, 1st)

 図-3 サグ比 $\gamma=0.10$ の水平ケーブルの分岐応答 (1st, 3rd)

 図-4 不安定領域と減衰力の関係 ($\gamma=0.04$)