

芙蓉情報センター 正員 安藤知明
同 上 正員 村西佳美
東海大学海洋学部 正員 北原道弘

1. はじめに 岩盤の粘性を考慮した粘動弾性問題に対する積分方程式を定式化し、岩盤内トンネル表面の周方向ひずみに及ぼす岩盤の粘性の影響について考察する。定式化において、通常の動弾性BEMを粘動弾性BEMに拡張するには、実波数を複素波数に変更するだけでよい。なお、粘弾性モデルとしてはVoigtモデルを選び、解析は2次元解析である。

2. 粘動弾性問題に対する積分方程式 線形・等方粘弾性体に対する運動方程式は、次のように書ける。

$$\mu(t) \cdot du_{i,jl}(\underline{x}, t) + \{\lambda(t) + \mu(t)\} \cdot du_{j,il}(\underline{x}, t) + \rho b_i(\underline{x}, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i(\underline{x}, t) \quad (1)$$

ここに、*はたたみ込み積分を表す。いま、フーリエ変換を次のように定義すると

$$\bar{u}(\underline{x}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\underline{x}, t) e^{i\omega t} dt, \\ \bar{u}(\underline{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{u}(\underline{x}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (2)$$

式(1)は変換域で次のようになる。

$$\mu^*(\omega) \bar{u}_{i,jl}(\underline{x}, \omega) + \{\lambda^*(\omega) + \mu^*(\omega)\} \bar{u}_{j,il}(\underline{x}, \omega) + \rho \omega^2 \bar{u}_i(\underline{x}, \omega) = -\rho \bar{b}_i(\underline{x}, \omega) \quad (3)$$

この変換域(周波数域)において、積分方程式を定式化すると次のようになる。

$$C_{ij}(\underline{x}) u_j(\underline{x}) = \int_{\Gamma} U_{ij}(\underline{x}, \underline{y}) t_j(\underline{y}) dS_y \\ - \int_{\Gamma} T_{ij}(\underline{x}, \underline{y}) u_j(\underline{y}) dS_y + u_i^I(\underline{x}), \quad \underline{x} \in S \quad (4)$$

ここに、本問題に対する基本解は次のようである。

$$U_{ij}(\underline{x}, \underline{y}) = \frac{i}{4\mu^*} [H_0^{(0)}(k_T^* r) \delta_{ij} \\ + \frac{1}{k_T^{*2}} \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial}{\partial x_j} \{H_0^{(0)}(k_T^* r) - H_0^{(0)}(k_L^* r)\}] \quad (5)$$

ここで、 k_L^* 、 k_T^* は複素波数である点に注意されたい。また、式(4)において $T_{ij}(\underline{x}, \underline{y})$ は二重層核、 $C_{ij}(\underline{x})$ は二重層の特異性から来るFree term、 $u_i^I(\underline{x})$ は入射波である。

式(4)、(5)に見るように、本解析法によれば粘性の影響は複素波数という形で定式化に現れるので、ここで粘性と波数の関係を明らかにしておく。まず、複素ラメ定数 μ^* 、 λ^* は減衰定数 h を用いて次のように書ける。

$$\lambda^*(\omega) = \frac{2\mu^* \nu}{1-2\nu} = \lambda \{1 - i2h(\omega)\} \\ \mu^*(\omega) = \mu \{1 - i2h(\omega)\} \quad (\mu, \lambda \in \mathbb{R}) \quad (6)$$

たとえばVoigtモデルを仮定すると、減衰定数 h は粘性係数 η を用いて次のように書ける。

$$h(\omega) = 1/2Q = \omega \eta / 2\mu \quad (7)$$

これより、複素波数 k_L^* 、 k_T^* は次のようになる。

$$k_L^*(\omega) = \omega / \sqrt{(\lambda^* + 2\mu^*)/\rho} = k_L^0(\omega) + i k_L^1(\omega) \\ k_T^*(\omega) = \omega / \sqrt{\mu^*/\rho} = k_T^0(\omega) + i k_T^1(\omega) \quad (8)$$

ここに、

$$k_L^0(\omega) = \frac{\omega}{C_L} \cos \alpha, \quad k_L^1(\omega) = \frac{\omega}{C_L} \sin \alpha \\ k_T^0(\omega) = \frac{\omega}{C_T} \cos \alpha, \quad k_T^1(\omega) = \frac{\omega}{C_T} \sin \alpha \quad (9)$$

であり、上式中 α は次のような h の関数である。

$$\alpha(\omega) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \{2h(\omega)\} \quad (10)$$

3. 解析例 粘性係数 η を決めるために、ここでは Fig. 1 に示すような林ら¹⁾の結果を参考にした。図中

$\eta = \eta_1 f^{-\alpha}, \eta = \eta_2 f^{-\alpha}$ ($\eta_1 = 100 \text{ sec} \cdot \text{kg/cm}^2, \eta_2 = 3000 \text{ sec} \cdot \text{kg/cm}^2, \alpha = 1.0396$) なる二本の直線は、ここでの解析を行うために本報告の著者が引いたものである。Fig. 2 は減衰定数 h のレベルで粘性がどの程度円形空洞上の周方向ひずみに影響を与えるかを調べたものである。Fig. 3 に解析対象としたトンネル断面を示す。Fig. 4 に E1 Centro 波NS成分を入力したときの、Fig. 3 中 S6 点のひずみの時間変化を示す。詳細は当日発表する。

参考文献 1) 林 北原、藤原、駒田；動的粘性係数を考慮した三次元地盤と地上構造物の連成震動解析，土論集，No. 217, pp. 11-23, 1973.

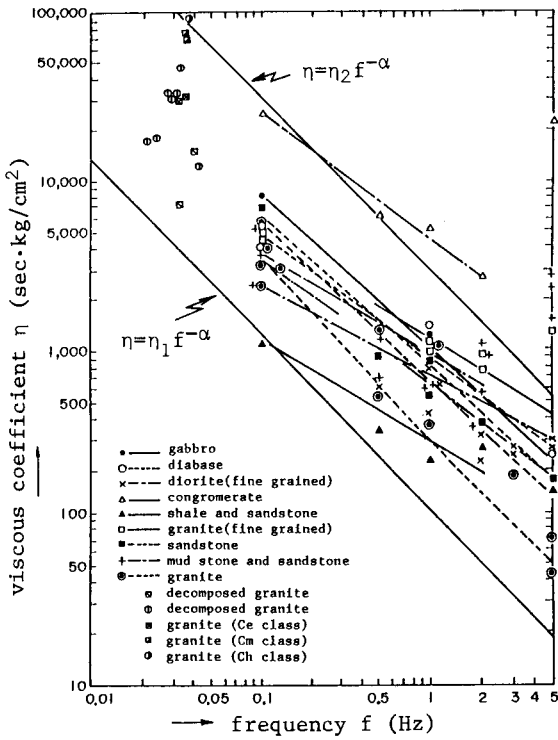


Fig.1 Viscous coefficient η [Hayashi et al. (1973), Two lines $\eta = \eta_{1,2} f^{-\alpha}$ were drawn by the present authors]

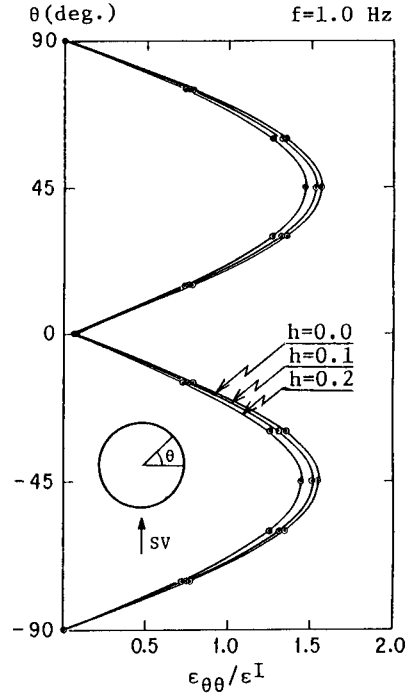


Fig.2 Hoop strain($\epsilon_{\theta\theta}/\epsilon_I$)

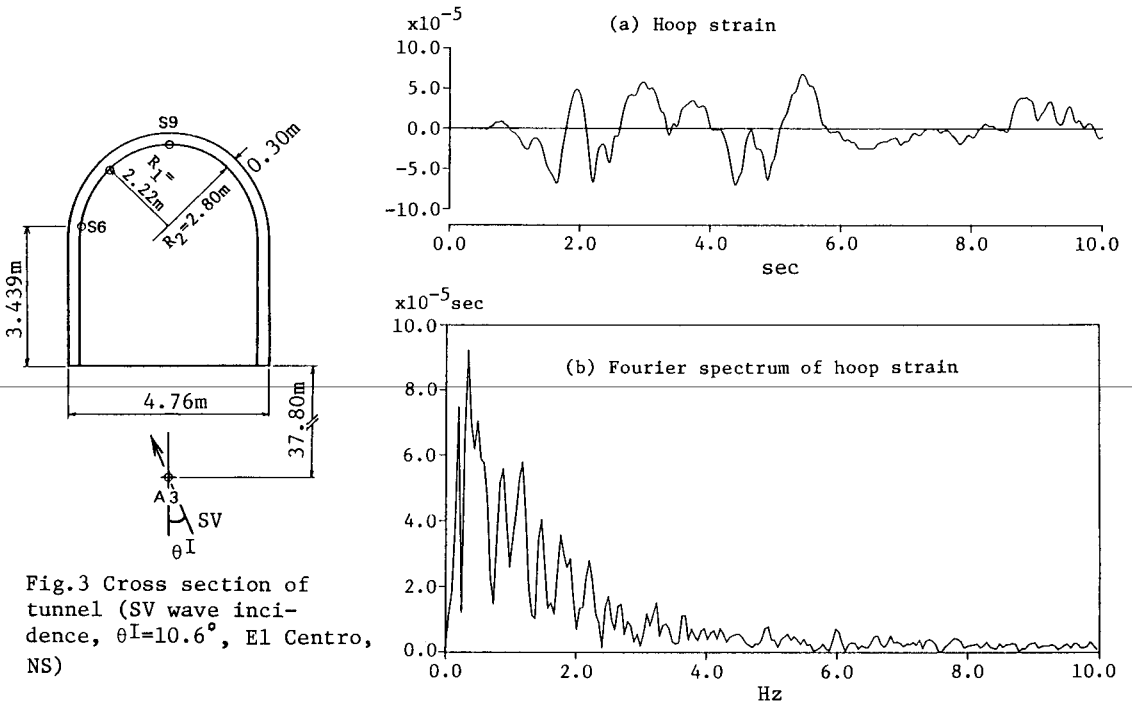


Fig.4 Hoop strain at point S6 and Fourier spectrum