

1. はじめに

2次元半無限弾性体の地表面点加振解および地中点加振解は、Rayleigh関数を含む複雑な無限積分によって表されるが、これらの無限積分は、Riemann-Lebesgueの定理に基づいた漸近評価が可能である。ここでは、この漸近評価の手法を用いて、地表面点加振解と地中点加振解によって生じる地表面上の波動について検討を行っている。

2. 地表面点加振解と地中点加振解

2.1 地表面点加振解

地表面点加振解はLambによって与えられている。水平方向加振時の地表面上の水平変位は次式で示される。

$$\text{ここで、} \quad U_S(x) = \frac{1}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A_S(\xi) \exp(i\xi x) d\xi \quad (2.1)$$

$$A_S(\xi) = - \frac{k^2 \beta}{F(\xi)}$$

$$F(\xi) = (2\xi^2 - k^2)^2 - 4\xi^2 \alpha \beta \quad (\text{Rayleigh 関数})$$

$$\alpha^2 = \xi^2 - h^2$$

$$\beta^2 = \xi^2 - k^2$$

h : P波の波数, k : S波の波数, μ : せん断剛性, x : 震源からの距離

2.2 地中点加振解

地中点加振解は無限領域のGreen関数とその鏡像解及びポテンシャルによる解で構成される。水平方向加振時の地表面上の水平変位に関するポテンシャルによる解は次式で示される。

$$U_I(x) = \frac{1}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A_I(\xi) \exp(i\xi x) d\xi \quad (2.2)$$

ここで、

$$A_I(x) = \frac{-\xi^2 [(2\xi^2 - k^2) - 2\alpha\beta] [(2\xi^2 - k^2)\exp(-\alpha d) - 2\alpha\beta\exp(-\beta d)]}{k^2 \alpha F(\xi)}$$

x : 震央距離, d : 震源の深さ

3. 無限積分の漸近評価

Riemann-Lebesgueの定理より、式(2.1)及び式(2.2)のFourier積分は、 x が増大するにつれ被積分関数の分岐点近傍の性質が積分の値に大きく影響する。従って、被積分関数を分岐点のまわりで展開することで積分の漸近評価が可能となる。

漸近評価の結果とRayleigh極の影響を重ね合わせた結果は次のように表わされる。

$$U_S(x) \sim p_s \sqrt{\frac{2}{\pi(hx)^3}} \exp(-ihx - \frac{\pi i}{4}) + s_s \sqrt{\frac{2}{\pi(kx)^3}} \exp(-ikx - \frac{\pi i}{4}) + \frac{i}{\mu} \text{RES.} \quad (3.1)$$

$$U_I(x) \sim p_l \sqrt{\frac{2}{\pi(hx)^3}} (1 + \frac{p}{hx}) \exp(-ihx + \frac{\pi i}{4})$$

$$+ s_l \sqrt{\frac{2}{\pi(kx)^3}} \exp(-ikx - \frac{\pi i}{4}) + \frac{i}{\mu} \text{RES.} \quad (3.2)$$

ここで、式(3.1)の係数はせん断弾性係数及びポアソン比で決まる定数であり、式(3.2)の係数はせん断剛性、ポアソン比及び震源の深さで決まる定数である。

4. 漸近展開と数値積分との比較について

漸近展開の結果と無限積分を直接数値積分した結果の比較をFig-4.1とFig-4.2に示す。ここで、ポアソン比は $1/3$ としているので、P波の波長はS波の2倍、Rayleigh波の波長はS波の約0.93倍である。また、地中点加振解の計算では震源の深さをS波無次元振動数で1としている。

漸近展開の結果は距離の増大と共に数値積分結果に近づいて行くが、地表面点加振解の漸近展開が示す波動は、その波長からほぼRayleigh波である。従って、地表面点加振解は、従来からの指摘どおり留数定理より得るRayleigh波で近似できる。

一方、地中点加振解のポテンシャルの漸近展開が示す波動は、震央距離の増大と共に振幅が減衰し、その波長からほぼP波である。また、地中点加振解から生じるRayleigh波の振幅は非常に小さいことを読みとることができる。

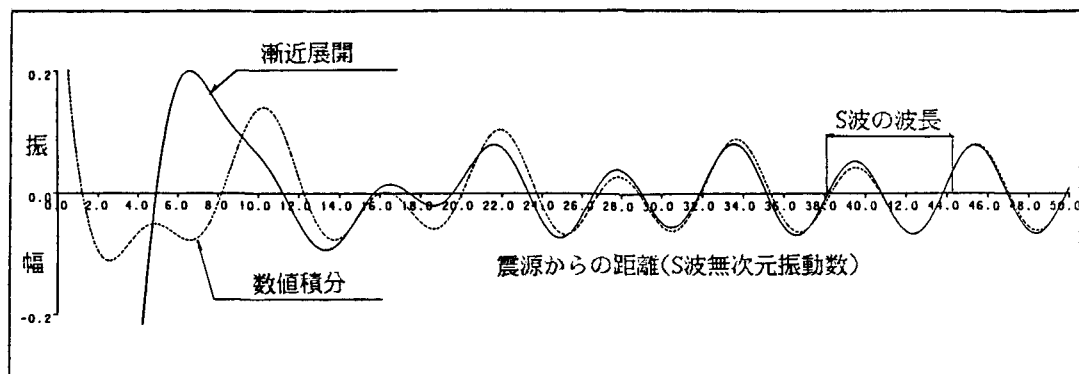


Fig-4.1 数値積分と漸近展開の比較（地表面点加振解）

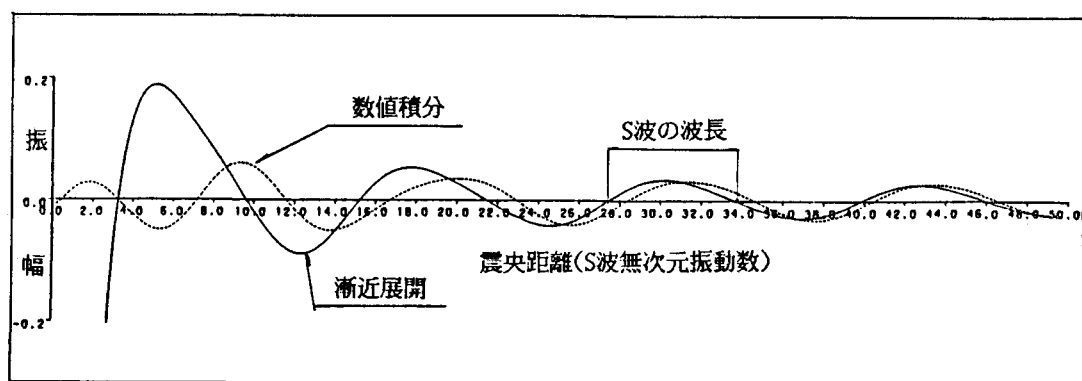


Fig-4.2 数値積分と漸近展開の比較（地中点加振解のポテンシャル）

<参考文献>

佐藤泰夫 「弾性波動論」

東平光生 「二次元半無限弾性体のGreen関数の漸近展開について」 第41回土木学会年次講演会