

I-287 半無限弾性体における 2次元面外波動の散乱逆問題に関する研究

京都大学大学院 学生員○阿部雅文
京都大学工学部 正 員 広瀬壮一
京都大学工学部 正 員 渡辺英一

1. はじめに

従来より、地震学の分野では、地震動の逆問題として地表面で得られた地震波の走時曲線からその内部構造を求めることが、行われてきたが、この種の散乱逆問題は様々の分野において研究がなされている。

本研究では、空洞(cavity)が半無限領域内に存在するモデルについて、地表面で得られた散乱波からcavityの形状ならびに位置、大きさを明らかにしようと試みる。

2. 解析モデル (Fig.1 参照)

- 1) 基盤D。(以下matrixと呼ぶ)は、半無限均質等方線形弾性体であり、そのせん断剛度、及び密度を μ_0 、 ρ_0 とする。
- 2) matrixD。内に空洞(以下cavityと呼ぶ)が存在する。
- 3) 2次元定常面外波動を取り扱う。
- 4) 入射波 u^1 は点 $\mathcal{X}^s$ における集中物体力を震源とする円筒波である。ただし、点 $\mathcal{X}^s$ は自由表面 ∂S にあるものとする。
- 5) cavityDの境界 ∂D 上において応力ベクトルはゼロである。
- 6) 自由表面上の応力ベクトルはゼロである。

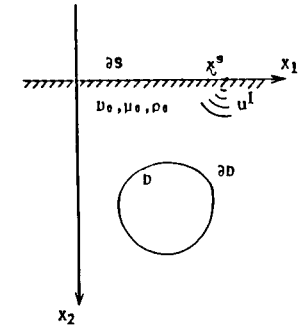


Fig.1 解析モデルとパラメタ

以上の仮定、及びモデル化のもとで、境界積分方程式法により、自由表面上における散乱波変位 u^s を数値的に求め、逆問題への入力データとした。

3. 逆問題としての定式化

まず、散乱波を境界積分により表現した式にBorn近似を施す。1)そして半無限における動弾性の式をみたとす基本解 $U(\mathcal{X}, \mathcal{Z})$ を代入し、さらに発散定理を用いると、散乱波は次の様なcavityDにおける領域型の積分表現となる。

$$u^s(\mathcal{X}^g, \mathcal{X}^s) = \int_D \mu_0 \nabla_r U(\mathcal{X}^g, \mathcal{Z}) \nabla_r U(\mathcal{Z}, \mathcal{X}^s) dS_r - \omega^2 \int_D \rho_0 U(\mathcal{X}^g, \mathcal{Z}) U(\mathcal{Z}, \mathcal{X}^s) dS_r \quad (1)$$

ただし、上式で $\mathcal{X}^g$ は、散乱波を観測する地表面における点である。

4. 特性関数の導入と、散乱波のフーリエ変換

cavityの形状ならびに位置、大きさを明らかにするために、 $r(X) = 1$ ($X \in D$)、 $r(X) = 0$ ($X \in D_0$)なる場所の関数(これを特性関数と呼ぶことにする)を定義する。

さて、①式において、 $\mathcal{X}^g = (x_1^g, x_2^g)$ 、 $\mathcal{X}^s = (x_1^s, x_2^s)$ は、地表面上にあるので、 $x_2^g = x_2^s = 0$ となる。この事実を用いて、 u^s を x_1^g, x_1^s についてフーリエ変換を行う②と、先に定義した特性関数と相似の関係になるので、特性関数は、散乱波 $u^s(\mathcal{X}^g, \mathcal{X}^s)$ (ただし $x_2^g = x_2^s = 0$)を用いて表すことができる。

ゆえに、変数変換などの式変形を行って、特性関数は次の様に表現できる。

$$r(X) = \mu_0 / (2\pi^2) \int_0^{k_{xy}} \int_{-k_0}^{k_0} \sqrt{1 - (\xi/k_0)^2} \{f_1(\xi) e^{ik_2 x_1} + \overline{f_2(\xi)} e^{-ik_2 x_1}\} e^{ik_1 x_1} d\xi dk_0 \quad (2)$$

$$f_1(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u^s(x^s, x^s) e^{-i\xi x_1^s} e^{-i\xi x_2^s} dx_1^s dx_2^s \Big|_{x_2^s=0, x_1^s=0}$$

$$f_2(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u^s(x^s, x^s) e^{i\xi x_1^s} e^{i\xi x_2^s} dx_1^s dx_2^s \Big|_{x_2^s=0, x_1^s=0}$$

$$(k_1, k_2) = (2\xi, -2\sqrt{(k_0 - \xi^2)})$$

ここで k_{MAX} は、波数 $k_0 (= \sqrt{\rho_0 \omega^2 / \mu_0})$ のとりうる値の最大値を示す。

従って、散乱波を②式に代入して積分することにより cavity D 内では、値 1、D。内では、値 0 をもつ特性関数 $r(X)$ が求められ、D の形状および位置、大きさが明らかになる。

5. 数値解析例と結果、考察

(1) 入射点と観測点について

Fig.2 の様に自由表面上に $x_1 \sim x_N$ までの N 個の点を等間隔 ($= \Delta x$) にとる。その中の点 $x_i (i=1 \sim N)$ を x^s に、点 $x_j (j=1 \sim N)$ を x^s とする。 $i=1 \sim N, j=1 \sim N$ と変化するので、この場合全部で N^2 の散乱波データが得られることになる。

(2) 各種条件について (Fig.3 参照)

解析モデルにおいて変えるべき条件としては、cavity の形、大きさ、自由表面からの深さ、散乱波データの個数、波数の影響、 Δx の幅、自由表面上における N 個の座標のとり方などが考えられる。

(3) 結果と考察

Fig.4 では、Fig.3 において $H=3.0$ 、 $D=1.0$ 、 $k_{MAX}=5.05$ 、 $N=64$ 、 $\Delta x=0.8$ とした時の特性関数値の分布を示してある。

Fig.5 は、cavity が楕円の場合の特性関数値の分布を示してある。なお、楕円の短軸と長軸の比は 0.3 で、その他のパラメータは Fig.4 で用いたものと同じである。

特性関数の値は、波があたる cavity の自由表面側の部分はより期待された値をとり、陰の部分はそれほど期待された値を取らなかった。波数 k については、無限弾性体の場合よりもやや高周波領域が重要であることがわかった。また、 Δx だけを変数とし、他のパラメータを一定とした場合、最も cavity を判別できる Δx の値が存在することがわかった。問題点としては、cavity の存在する領域においても特性関数の値が期待よりも小さかったことである。また、位置、大きさに比べて形状の判別が困難であることも挙げられる。

参考文献

- 1) Y. Niwa, S. Hirose; Stract. Eng./Earthq. Eng. 3, 267~275, 1986.
- 2) W. E. Boyse, J. B. Keller; J. Acoust. Soc. Am. 79, 215~218, 1986.

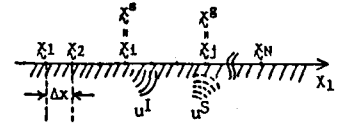


Fig. 2 x^s と x^s のとり方について

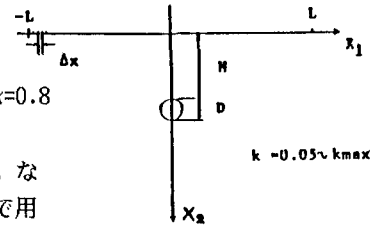


Fig. 3 解析モデルと各種パラメータ

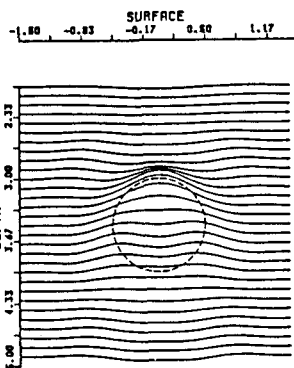


Fig. 4 Characteristic Function

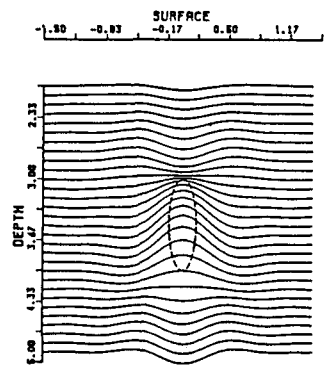


Fig. 5 Characteristic Function