

I-280

確率有限要素法を用いた掘削解析

鹿島建設(株) 正員 杉山 利幸
正員 右近 八郎
松本 喬

1. 始めに

有限要素法(FEM)を主流とする数値解析技術およびコンピュータの進歩発展にともない、近年FEMを利用して変位や応力の確率論的評価を目的とする確率有限要素法(以下SFEMと呼ぶ)が注目されている。本報は、摂動法を応用したSFEMを基本として、入力定数の不確定要因の影響が最も顕著であると予想される地盤を対象とした地盤掘削問題に対して、SFEMを用いた解析を試みたものである。なお、安全性の評価は安全性指標 β (平均値まわりで求めた)と β^* (破壊点まわりで求めた)により行い、比較検討を行っている。

2. 解析概要

要素 i の弾性係数 E_i 、ポアソン比 ν_i 、単位体積重量 γ_i 、粘着力 C_i 、内部摩擦角 ϕ_i を確率変数とすると、それにより、計算される変位や応力、局所安全率、すべり安全率は、確率変数となる。 E_i 、 ν_i 、 γ_i 、 C_i 、 ϕ_i の平均、分散および共分散を与え1次近似2次モーメント法により、変位や応力の平均と分散、安全性指標 β と β^* を算定する。1)

FEMでは、以下の(1)式を解くことによって変位を求めることで $K(a)$:剛性マトリックス、 $u(a)$:変位、 $f(a)$:外力、 a : E_i 、 ν_i 、 γ_i を正規化したもののベクトル、例えば、 $a_i=(E_i-E[E_i])/\sqrt{\text{Var}[E_i]}$ である。

$$K(a)u(a)=f(a) \quad (1)$$

(1)式の両辺を $a=0$ のまわりでテーラー展開して、両辺の係数を比較することによって、変位 $u(a)$ がテーラー展開した形で求まる。

$$u(a)=u(0)+\sum_i \frac{\partial u}{\partial a_i}(0)a_i+\cdots \quad (2)$$

この時 u の平均と分散は、1次近似2次モーメント法により、(3)式で求まる。応力についても同様である。1)

$$E[u(a)]=u(0), \quad \text{Var}[u(a)]=\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ \frac{\partial u}{\partial a_i}(0) \frac{\partial u}{\partial a_j}(0) \text{Cov}[a_i, a_j] \right\} \quad (3)$$

地盤については、掘削解放力を考慮する。掘削解放力 $f_{exc}(a)$ は(4)式で与えられる。

$$f_{exc}(a)=K_e(a)u_0(a)-f_e(a) \quad (4)$$

ここで $K_e(a)$:掘削要素の剛性マトリックス、 $u_0(a)$:自重による変位、 $f_e(a)$:掘削要素の自重である。これを(1)式の右辺とすればよい。

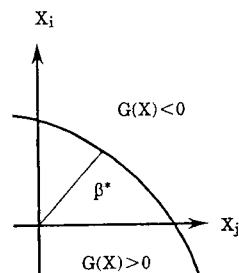
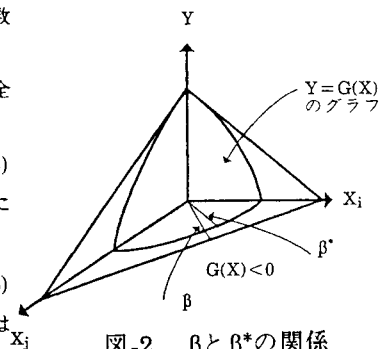
ここで「 $Z(a) \geq 0$:構造安定、 $Z(a) \leq 0$:構造不安定」をみたす目的関数 $Z(a)$ として、 $Z(a)=(C \cos \phi - ((\sigma_x + \sigma_y)/2) \sin \phi) - \sqrt{((\sigma_x - \sigma_y)/2)^2 + \tau_{xy}^2}$ と設定する。これは、要素の局所安全率をもとにしたものである。安全率指標は、(5)式で与えられる。

$$\beta = E[Z(a)] / \sqrt{\text{Var}[Z(a)]} \quad (5)$$

さらに高度な安全率指標として次式の β^* を考える。まず a をお互いに相関を有しないように座標変換をしたものを X として、 $G(X)=Z(a)$ として

$$\beta^* = \min\{|X|; G(X) \leq 0\} \quad (6)$$

(6)式は図-1で、 $G(x) \leq 0$ の領域の原点からの最小距離を表している。 β^* は反復法により求める。 β と β^* の関係は図-2のようになることが示される。

図-1 β^* の説明図-2 β と β^* の関係

3. 数値解析例

数値解析例として図-3に示す掘削解析結果を紹介する。掘削は  の要素である。物性は一様で、使用した入力定数を表-1にまとめて示す。また、入力定数の空間変動を評価するための相関関数は(7)式に示すモデルを採用した。2)もしも要素間の確率変数が独立とすると、要素を細かくするほど、分散が0に近づくという不都合を生ずる。ここで、 $\Delta x, \Delta y$ は要素の位置座標の差である。異なる物理量間とは独立と仮定する。

$$\rho(a_k, a_l) = \exp[-\sqrt{(a\Delta x)^2 + (b\Delta y)^2}] \quad (7)$$

(7)式で $a=0.02/m, b=1.0/m$ とした。

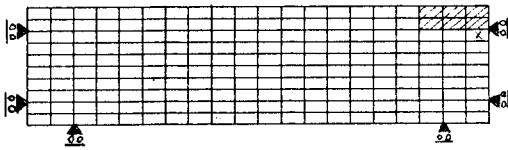


図-3 モデル

	平均値	変動係数
弾性係数 E	50000t/m ²	0.20
単位体積重量 γ	1.8t/m ³	0.20
ポアソン比 ν	0.49	0
粘着力 C	20t/m ²	0.20
内部摩擦角 ϕ	30°	0.20

表-1 定数一覧

図-4から図-7はそれぞれ、図-3に示す要素 X が最小の $\beta^*=3.89$ となる弾性係数 E 、単位体積重量 γ 、粘着力 C 、内部摩擦角 ϕ の状態をコンターで示したものである。ちなみに $\beta=4.03$ であった。

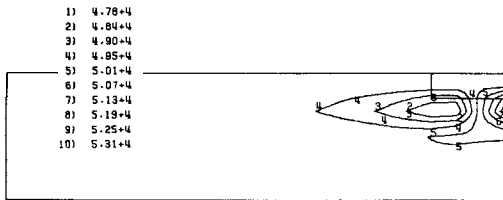


図-4 弾性係数 E

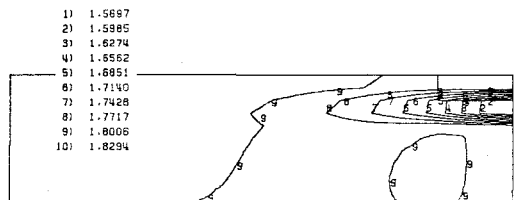


図-5 単位体積重量 γ

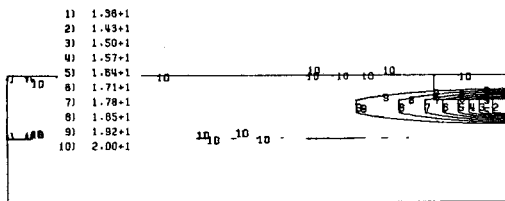


図-6 粘着力 C

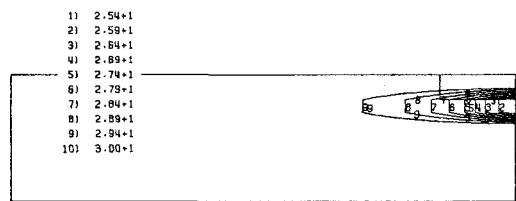


図-7 内部摩擦角 ϕ

4. 終わりに

今回は共分散として文献2)のものを用いたが、今後SFEMの入力データである各物理量の統計的な値を求めるためのデータベースの充実が望まれる。また、今回は各物理量間の相関がないとしたが、この点の検討も必要である。この他に今回開発した汎用確率有限要素法解析システムを用いて、パラメータスタディを行うことによる新たな知見を設計情報として整理してゆく予定である。

[参考文献]

- 1) 『確率有限要素法入門』中桐 滋、久田 俊明 共著
- 2) 『地盤工学-信頼性設計の理念と実際-』松尾 稔 著