I-269

確率有限要素法を用いた周波数応答解析

鹿島建設(株) 情報システム部
○ 田中 豊
右近 八郎
松本 喬

1．始めに

有限要素法(FEM)を主流とする数値解析技術およびコンピュータの進歩発展にともない、近年FEMを利用して構造応答の確率論的評価を目的とする確率有限要素法(以下SFEM)が注目されている。本報は中桐ら[1]による摂動法を応用したSFEMを基本として、入力定数の不確定要因の影響が最も顕著であると予想される地盤を対象とした動的応答問題に対して、SFEMを用いた周波数応答解析を試みたものである。尚、ここで採用した摂動法によるSFEM(一次近似)では、固有値の変動が大きい場合伝達関数の共振点での近似精度に限界があるため、数値解析例では粘性減衰係数の変動に着目したものを紹介している。

2．解析概要

本報では周波数解析によるSFEMを試みた。確率変数は、弾性係数、単位体積重量、減衰定数等であるとし、確率論的評価の手法として、応答を一次近似し評価を二次モーメントにより行ういわゆる一次近似二次モーメント法を採用した。入力加振地震波は確定な一様入力で、減衰は複素剛性に拠った。

可動点を添字A、固定点を添字Bで示せば、複素剛性を用いて運動方程式は式(1)で表される。

$$\begin{bmatrix} M_{AA} & M_{AB} \\ M_{BA} & M_{BB} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{U}_A \\ \ddot{U}_B \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} K^*_{AA} & K^*_{AB} \\ K^*_{BA} & K^*_{BB} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} U_A \\ U_B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_A \\ P_B \end{Bmatrix} \tag{1}$$

外力として単位加速度調和入力を仮定すれば、変位伝達関数 $H(\omega)$ は V を加振方向ベクタとして(2)式で与えられる。

$$H(\omega) = -\left(\omega^2 M_{AA}-K^*_{AA}\right)^{-1}\left(\omega^2 M_{AB}-K^*_{AB}\right)V = -K_T^{-1}F_T V \tag{2}$$

(2)式の両辺を各確率変数につき一次展開し、確率変数について同次の係数を等置すれば、nを確率変数の総数として、$H(\omega)$は(3)式で与えられる。

$$H(\omega) = H^0(\omega) + \sum_{k=1}^{n} H_k^{\mathrm{I}}(\omega)\cdot a_k \tag{3}$$

ここに、

$$H_k^{\mathrm{I}}(\omega) = -\left(K_T^0\right)^{-1}\left\{ K_{Tk}^{\mathrm{I}} H^0(\omega) + F_{Tk}^{\mathrm{I}} V \right\} \tag{4}$$

入力波のフーリエ変換を$F(\omega)$とすれば、時刻歴応答 $g(t)$ の平均$E[g(t)]$、分散$Var[g(t)]$ は(5)式及び(6)式で与えられる。

$$E[g(t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H^0(\omega)F(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{5}$$

$$Var[g(t)] = \sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\left\{g_k^{\mathrm{I}}(t)\, g_l^{\mathrm{I}}(t)\, Cov[a_k\, a_l]\right\} \tag{6}$$

ここに、

$$g_k^{\mathrm{I}}(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H_k^{\mathrm{I}}(\omega)F(\omega)e^{i\omega t}d\omega \tag{7}$$

尚、表記法の詳細については参考文献を参照されたい[2]。

3．数値解析例

数値解析例として図-1に示す成層地盤に埋めこまれたRCフーチングに関する解析結果を紹介する。使用した入力定数を表-1にまとめた。モデルは節点数158要素数134、境界条件は底部完全固定、側方水平ローラーとした。入力地震波はEl-centro(N-S)波を採用した。また、入力定数の空間変動を評価するための相関関数は次式に示すQuadratic exponential correlation model(象限対称指数型モデル)を採用した[3]。ここでξ,ηは

各々x方向、y方向の相関を規定する定数である。また$\Delta x,\Delta y$は各々2要素間のx,y方向距離である。

$$\rho(\Delta x,\Delta y) = exp[-\{(\xi\Delta x)^2 + (\eta\Delta y)^2\}^{\frac{1}{2}}] \tag{8}$$

図-2および図-3に入力波形とそのフーリエスペクトルを示す。図-4は加速度伝達関数の絶対値である。図-5は加速度応答のフーリエスペクトルの絶対値である。図-6は(5)式および(6)式により求めた時刻歴応答の平均応答である。図-4-5-6とも平均値と平均値$\pm\sigma$を併せて示した。

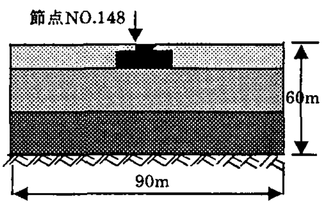

図-1　解析モデル

ヤング率(t/m²)	1.7E2	5.0E3	2.5E4	1.3E6
減衰定数	0.07	0.05	0.03	0.02
単位体積重量(t/m³)	1.5	1.7	2.0	2.5
ポアソン比	0.45	0.4	0.4	0.3

ただしξ＝0.02、η＝1.0

表-1　入力定数

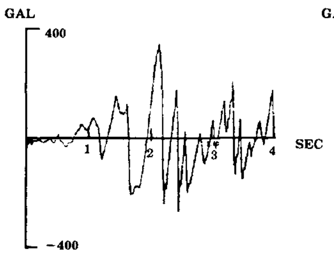

図-2　入力波形

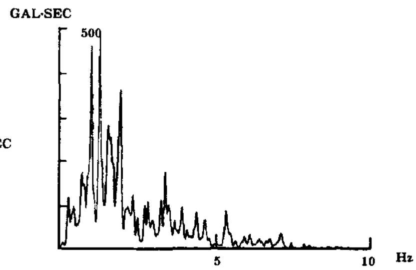

図-3　入力のフーリエスペクトル

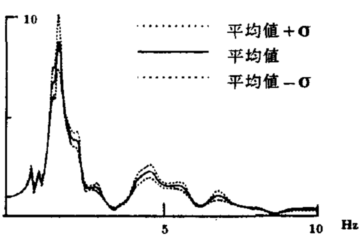

図-4　伝達関数

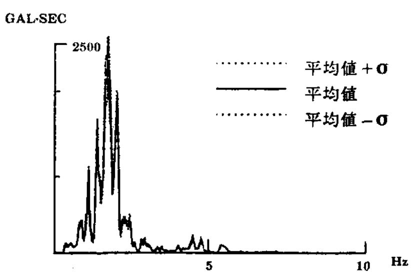

図-5　加速度応答のフーリエスペクトル

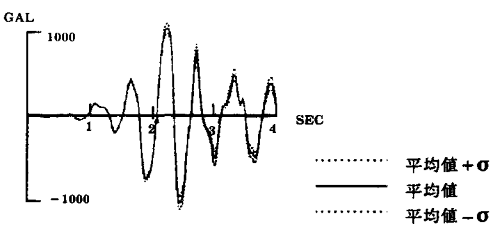

図-6　時刻歴応答

4.終わりに

本報では動的応答問題に対して、摂動法によるSFEMを用いた汎用周波数応答解析システムを開発し、減衰定数の変動により応答の変動がどの程度になるかを定量的に示した。また、特に計算時間において実用的な数値計算が可能であることも検証された。しかし、前述のとおり構造諸量(E,ν,ρ etc.)の変動に対して一次近似による方法に限界があるため、伝達関数の共振点近傍の非線形形状の研究を通して多次近似法あるいは逐次近似法等の可能性を検討中である。

[参考文献]

1) Hisada,T. and Nakagiri,S. : "Role of Stochastic Finite Element Method in Structural Safety and Reliability", Proc. of ICCOSSAR '85, I-385, Kobe, Japan 1985

2) 『確率有限要素法入門』中桐 滋、久田 俊明 共著

3) 『地盤工学ー信頼性設計の理念と実際ー』松尾 稔 著