

東北大学 学生員 安東 季之
 東北大学 正 員 鈴木 基行
 東北大学 正 員 尾坂 芳夫

1. はじめに 一般に構造物の信頼性の照査を行う際には、可能な複数の破壊モードに対して同時に信頼性の照査を行わなければならない。というのは、各破壊モードに対して個別に所定の安全性が満たされたとしても、構造物としての信頼性は各破壊モードに対して許容された最大の安全性レベルを下回ることが多いためである。そこで本研究では複数の破壊モード間に相関がある場合について構造物の破壊確率を比較的精度よく求める方法を提案することを目的とする。

2. m個の破壊モードを有する構造物の破壊確率の算定 構造物にm個の破壊モード(各破壊モードの破壊事象を $E_i (i=1, \dots, m)$ とする。)があると、構造物としての破壊確率 P_f は一般に次式で表せる。

$$P_f = P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_m) \quad (1)$$

しかし、各破壊モードは互いに相関を持つことから構造物の破壊確率を式(1)から正確に求めることは困難である。そこで構造物の破壊確率 P_f をm重生起確率まで考えることにより、式(1)は以下のように書くことができる。

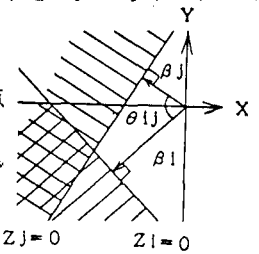
$$P_f = P(E_1 \cup E_2 \cup E_3 \cup \dots \cup E_m) = \sum_{i=1}^m P(E_i) - \sum_{0 < i < j \leq m} P(E_i \cap E_j) + \sum_{0 < i < j < k \leq m} P(E_i \cap E_j \cap E_k) - \dots + P(E_1 \cap E_2 \cap \dots \cap E_m) \quad (2)$$

3. 多重生起確率の求め方 (1). 1次の項 $P(E_i)$ の求め方。限界状態式 $Z_i = G_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$ (X_i は構造変数 $i=1, \dots, n$)を定義することにより得られる破壊モード i に対する破壊確率 P_{fi} は $P_{fi} = \text{Prob}(Z_i \leq 0) = \Phi(-\beta_i)$ であらわされる。ここに Φ : 標準正規分布関数,

β_i : 破壊モード i に対する安全性指標。本研究ではこれを2次モーメント法によって求める。

(2). 2次の項 $P(E_i \cap E_j)$ の求め方。 $Z_i = G_i(X_1, X_2, \dots, X_n)$ と $Z_j = G_j(X_1, X_2, \dots, X_n)$ とを考慮する場合、 $Z_i \leq 0, Z_j \leq 0$ となる領域で積分される確率が $P(E_i \cap E_j)$ である。 n 次元標準空間における $Z_i \leq 0, Z_j \leq 0$ なる領域で

積分を実行することは2次元標準正規空間で原点より各破壊モード i, j の設計点に至るベクトル $\vec{\beta}_i, \vec{\beta}_j$ ($|\vec{\beta}_i| = \beta_i, |\vec{\beta}_j| = \beta_j$)のなす角 θ_{ij} がわかれば式(3)を用いて Z_i については $-\infty \sim -\beta_i$ まで、 Z_j については $-\infty \sim -\beta_j$ までの領域で積分することに等しい。ここで、相関係数 ρ_{ij} は2次モーメント法を前提とすることにより $\rho_{ij} = \cos \theta_{ij}$ として求められる。(図-1参照)



$$P(E_i \cap E_j) = \int_{-\infty}^{-\beta_i} \int_{-\infty}^{-\beta_j} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho_{ij}^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\rho_{ij}^2)}\{x^2 - 2\rho_{ij}xy + y^2\}\right] dx dy \quad (3) \quad \text{図-1 } \beta \text{ と } \theta \text{ の関係}$$

(3). 3次の項 $P(E_i \cap E_j \cap E_k)$ の求め方。基本的には $P(E_i \cap E_j \cap E_k)$ は $P(E_i \cap E_j)$ を求める方法を3次元へ拡張することによって得られるが、ここでは2次元に近似することによって説明する。まず、前記した方法により1次の項 $P(E_i), P(E_j), P(E_k)$ そして2次の項 $P(E_i \cap E_j), P(E_j \cap E_k), P(E_i \cap E_k)$ を求める。そして1次の項をその値と等しい面積を持つ円に置き換え、つぎに他の円と重なる部分の面積が2次の項の値と等しくなるように円を重ね合わせる。このようにして得られた図から3重となる部分の面積を求め、これをもって3次の項 $P(E_i \cap E_j \cap E_k)$ とする。

(4). 4次以上の項の推定 4次以上の項を求めるにあたっては、3次の項を求める時に使用したモデルを用いる。先ず一番簡単な例として4次の項の求め方をしめす。図2からわかるように3重部分の面積を用いて4重部分を近似する場合には最小の3重部分を用いた時に最も誤差が少ないことがわかる。これは n 次の項についても適用でき n 次の項の値は n 個の $(n-1)$ 次の項の最小値で近似する。

4. ラーメン構造物への適用例 (1) 対象とする破壊モード 一般にラーメン構造物は多くの破壊モードを持つがここでは塑性ヒンジの形成により破壊する場合を考える。対象とするラーメンとその破壊モード

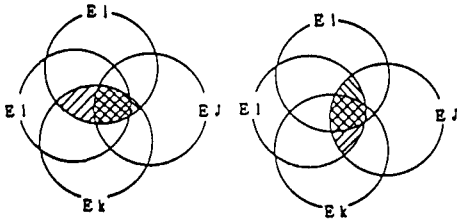


図-2 4次の項の3重生起による近似

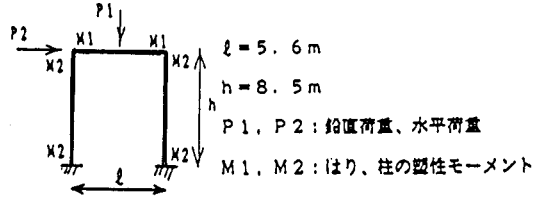


図-3 対象構造物

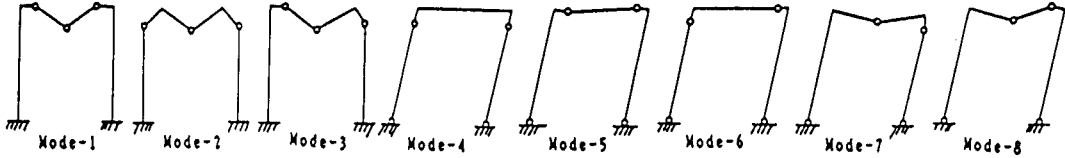


図-4 各破壊モード

$$\left. \begin{aligned} Z1 &= 4M1 - \frac{l}{2}P1, Z4 = 4M2 - hP2, Z7 = 2M1 + 4M2 - \frac{l}{2}P1 - hP2 \\ Z2 &= 2M1 + 2M2 - \frac{l}{2}P1, Z5 = 2M1 + 2M2 - hP2, Z8 = 4M1 + 2M2 - \frac{l}{2}P1 - hP2 \\ Z3 &= 3M1 + M2 - \frac{l}{2}P1, Z6 = M1 + 3M2 - hP2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

表-1 解析条件と結果

Case No.	平均 M ₁ , M ₂ (t·m)	P ₁ (t)	P ₂ (t)	変動係数 M ₁ , M ₂ (t·m)	P ₁ (t)	P ₂ (t)	3次の項まで 考慮した場合 のPfの推定値	8次の項まで 考慮した場合 のPfの推定値	simulation によるPf の推定値
1	120	100	30.0	0.15	0.10	0.20	4.18*10 ⁻²	4.38*10 ⁻²	4.62*10 ⁻²
2		95	28.5				2.17*10 ⁻²	2.29*10 ⁻²	2.40*10 ⁻²
3		90	27.0				1.02*10 ⁻²	1.07*10 ⁻²	1.07*10 ⁻²
4		85	25.5				4.53*10 ⁻³	4.80*10 ⁻³	4.85*10 ⁻³

を図-3、図-4に示す。限

表-2 各破壊モードの破壊確率

界状態Z_iは式(4)の
ように表される。

(2). 計算結果と考察

表1は荷重P₁, P₂の平均
を変化させた時の構造物の
破壊確率を式(2)において
3次の項まで考慮した場合
の値、8次の項まで考慮し
た場合の値、20000回
のモンテカルロ・

シミュレーションを行った

場合の値を示したものである。3次の項まで考慮した場合の値とシミュレーションの値との誤差は5~10%あるが、8次の項まで考慮したした場合の値での誤差は高々5%である。このことより構造物の破壊確率Pfを推定する際には、かなり高次の項まで考慮してやらなければならないことが明らかになった。また、表-2からわかるように、構造物全体としての破壊確率は、各破壊モードでの最大の破壊確率の1.4~1.8倍になっており、複数の破壊モードを同時に考慮して構造物の破壊確率の算定を行う必要があることも明らかになった。

5. まとめ 本研究で用いた近似的手法により構造物の安全性指標を比較的精度良く得られることが、ラーメン構造物のメカニズムの終局限界状態という例を通して明らかになった。