I-264　限界状態確率の均等化による荷重係数の一決定法

綜合技術コンサルタント　正会員　久保雅邦
Columbia大学　正会員　篠塚正宣

1.まえがき

一般的な構造物の設計では、死荷重や活荷重のみならず風、温度、地震等の影響によるさまざまな組合せ荷重を考慮しなければならない。したがって、このような組合せ荷重を受ける種々の構造物に対して、できるだけ均一な信頼性をもたらす設計を行うには、構造物の信頼性評価に基づいて設計照査に用いる荷重組合せの種類や具体的な荷重係数を算定する必要がある。本研究では、構造物の安全性や使用性の大きさを限界状態確率によって表わし、これが目標値のまわりに均等化するように荷重係数を決定する手法を検討した。

2.組合せ荷重を受ける構造物の限界状態確率

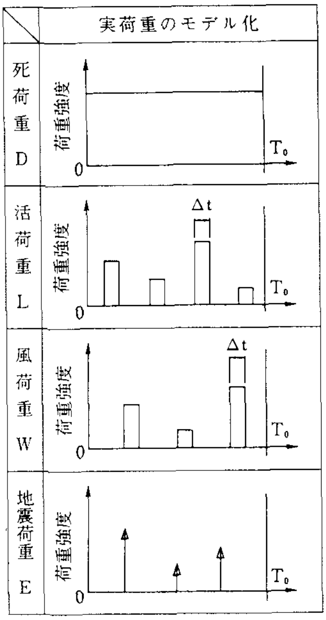
一般的な道路橋を念頭に置き、死荷重（D）、活荷重（L）、風荷重（W）および地震荷重（E）を代表的に取り上げて、図－１に示すような荷重モデルを考える。各荷重の強度は確率的にすべて独立とすれば、任意の時刻における実荷重は８種類の相互に排反な組合せ荷重となる。一方、設計荷重の組合せに基づき、荷重係数体系の設計照査式を次式で表わす。

$$R_n \geq \Sigma\, \alpha_m \cdot r_{mj} \cdot m^* \quad (m=D,\ L,\ W,\ E,\ \ j=1,2,\cdots\cdots) \quad (1)$$

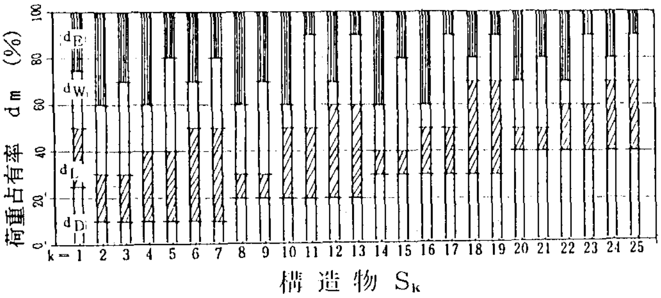
ここに、R_n は部材の限界状態を表わす公称強度、α_m は荷重mの荷重効果への変換係数、r_{mj}は荷重係数、m^* は設計荷重強度、添字 j は荷重組合せの種類をそれぞれ表わす。このような設計照査式を用いて設計された構造物に着目し、実荷重組合せによって生ずる荷重効果の最大値が安全性や使用性を表わす限界状態xを超える確率を限界状態確率P（x）とすると、たとえばWenのLoad Coincidence Method を用いてこれを求めることができる。次に、構造物S_k（k＝1,2,……）の諸元として、次式で定義する「荷重占有率」d_m を与え、ここでは図－２に示す25個のモデルを考える。

$$d_m = \alpha_m \cdot \overline{m} \quad (m=D,\ L,\ W,\ E) \quad (2)$$

ここに、$\overline{m}$は荷重mの平均値を表わし、したがってd_m は各荷重の平均値による荷重効果を表わす。荷重モデルの設定値として、各荷重が一回発生した時の荷重強度とその発生頻度を表－１に示す。そこで、一例として現行の設計基準と同じく、表－２に示す設計荷重の組合せと許容応力度の割増率を用いて構造物を設計し、これに実荷重を作用させてP_k ＝P（x）（x＝3600 kg／cm²，構造物S_k）を求めると図－３のようになる。同図の$\overline{P}$はP_k の相乗平均であり、ここでは荷重係数を求めるための目標値P^* とする。全体的にP_k のばらつきが大きく、且つ地震荷重の占有率が大きい構造物において相対的にP_k の値が大きく、危険側にあることを示している。



図－１　実荷重のモデル化



図－２　構造物モデル

3.限界状態確率の均等化

用いる設計荷重の組合せは図－３の結果と同じにして、次の目的関数Ωを最小化することによって必要とする荷重係数を算定

する。

$$\Omega=\sum_{k}\left\{\frac{\log Pk-\log P^*}{\log P^*}\right\}^2 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial rmj}=0 \qquad (4)$$

目的関数Ωは、設計荷重組合せと構造物Ｓｋ のすべてに対して唯一つ定義され、すべての荷重係数を未知変数として含む。ところが、式（４）は非常に複雑な非線形連立方程式となり、その解を求めるには試行錯誤的に数値計算をする必要がある。表－２の場合では、３種類の設計荷重組合せについて合計７個の未知変数を解く必要があるが、最終的に求める荷重係数の近傍では各設計荷重組合せごとに、それが支配的となる構造物だけを用いて式（３）の目的関数を最小化すれば良い。すなわち、各設計荷重組合せごとに式（３）で対象とする構造物を次々と選定し、各構造物に対して支配的な設計荷重組合せが唯一つ特定した段階で、これを用いて荷重係数を求めるようにすれば、式（４）の連立方程式をそれぞれ独立に解くことができる。勿論、求めた荷重係数を用いて設計した結果、各構造物に支配的な設計荷重組合せの種類が上記の結果と同じであることを確認する必要がある。このことによって、同時に解くべき未知変数の数は各設計荷重組合せごとに含まれる未知変数の数に等しく、表－２の場合ではたかだか３個となる。得られた荷重係数を用いて求めた限界状態確率を図－４に示す。図－３に比べて、非常に均等化している。

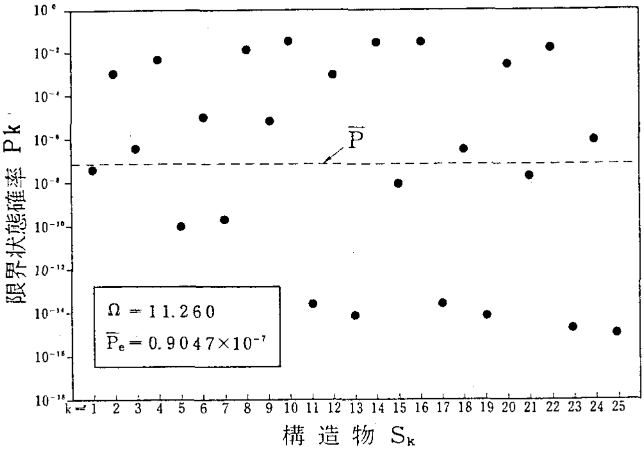
表－１　荷重モデルの設定値

	実荷重 $m/\overline{m}$		$m^*/\overline{m}$	発生頻度
死荷重	1.00	——	1.00	——
活荷重	正規分布	$\mu=1.00$ $\sigma=0.20$	1.40	$T_L=1.00$ 月 $\Delta t=3.00$ 時間
風荷重	正規分布	$\mu=1.00$ $\sigma=0.30$	1.90	$T_W=1.00$ 年 $\Delta t=3.00$ 時間
地震荷重	正規分布	$\mu=1.00$ $\sigma=0.50$	2.50	$T_E=2.00$ 年

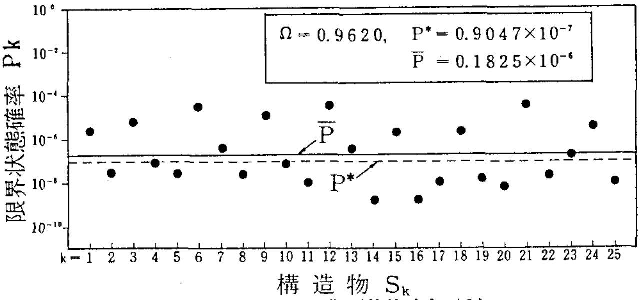
（注）μ, σ は $m/\overline{m}$ の平均値と変動係数を表わす。

表－２　設計安全率の一例

設計荷重組合せ	荷重係数への換算値
D^*+L^*	$\frac{3600}{2100\times1.00}=1.714$
D^*+E^*	$\frac{3600}{2100\times1.70}=1.008$
$D^*+L^*+W^*$	$\frac{3600}{2100\times1.25}=1.371$



図－３　限界状態確率（１）



図－４　限界状態確率（２）

4.あとがき

本研究では、非常に簡単な荷重と構造物のモデルを用いて諸元の異なる構造物の信頼性を均一にする荷重係数を評価した。ここでの方法により、荷重や強度のばらつきを考慮した設計照査式の決定が容易になると思われるが、このように限界状態確率を均等化する方法が必ずしも最適というのではなく、従来は経験的な判断による構造物の信頼性を、数値的に評価するための一つの補助手段として有用であろう。また、荷重係数を算定するためのアルゴリズムに関しては、実用性の点でさらに改善の余地を残しており、今後の課題と考えている。