

室蘭工業大学 正 員 菅田紀之
室蘭工業大学 正 員 杉本博之

1. まえがき

平面骨組構造物の計算に変断面部材を用いると、かなりの重量を軽減できる¹⁾こと、あるいは同じ重量であれば剛性を高めることができる²⁾ことは明らかであるが、従来それが最小重量設計の対象とされることは少なかった。その理由としては、一つに経済的に不利になる可能性をもっていること。また、変断面部材の剛性マトリクスは、階段状変断面部材として作成されるか、あるいは数値積分により求められていた³⁾が、このような解析法では最適化の過程にはなじまないということもある。等断面部材のみからなる構造物の解析に比べて計算時間が多くなるからである。

そこで本研究では、直線テーパ付部材の断面2次モーメントを2次近似することにより、剛性マトリクスを近似的に求める方法を提案し、数値計算により精度、効率が良好なことを確認した。また、この近似構造解析法を応用して、直線テーパ付部材を含む平面骨組構造物の最小重量設計を試みた。

2. 近似構造解析法

右図のような直線テーパ付部材要素の剛性マトリクスは、

$$i) \text{平衡条件} \quad : P^{(m)} = D^{(m)} \cdot F^{(m)} \quad (1)$$

$$ii) \text{内力と変形の関係} \quad : F^{(m)} = S^{(m)} \cdot d^{(m)} \quad (2)$$

$$iii) \text{適合条件} \quad : d^{(m)} = [D^{(m)}]^T \cdot X^{(m)} \quad (3)$$

の3条件から求まる。ここで、 P は外力、 F は内力、 d は変形、 X は変位である。式(1)および(3)のマトリクス D は、要素の幾何的座標から求まり、式(2)のマトリクス S は、

$$S^{(m)} = (E_m / l_m) \begin{bmatrix} s_{11} & 0 & 0 \\ 0 & s_{22} & s_{23} \\ 0 & s_{32} & s_{33} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4)$$

となる。その各要素は次式で計算される。

$$\begin{aligned} s_{11} &= \int_0^1 [1/A(\xi)] d\xi, & s_{22} &= \int_0^1 [(1-\xi)^2/I(\xi)] d\xi, \\ s_{23} &= \int_0^1 [\xi(1-\xi)/I(\xi)] d\xi, & s_{33} &= \int_0^1 [\xi^2/I(\xi)] d\xi \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)の積分は、分母が ξ に関して3次以上の多項式となると、それが因数分解されない限り閉じた形で表すのは困難となる。式(5)の各要素の値は一般に数値積分で求めるが、数値積分を含む構造解析法を最適化の過程で用いることは避けた方が望ましい。しかし、 $A(\xi)$ あるいは $I(\xi)$ が3次以上の多項式であっても、それを2次近似することにより、式(5)の積分を閉じた形で表現することができる⁴⁾。

例えば、Fig. 2のように、 i 端、 j 端の断面2次モーメント以外に部材の中央の断面2次モーメント I_m が与えられれば、 $I(\xi)$ は以下のように2次近似できる。

$$\begin{aligned} I(\xi) &\approx (2I_i - 4I_m + 2I_j)\xi^2 \\ &\quad - (3I_i - 4I_m + I_j)\xi + I_i \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)を式(5)に代入することにより、各要素は閉じた形で表すことができ、等断面部材の場合とほとんど同じ計算時間で構造解析を行うことができる。この近似構造解析法の精度は、式(6)の近似度に左右されるが、種々の長方形断面と左右対称のI形断面での数値

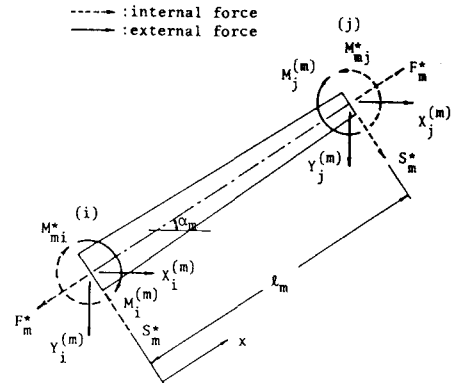


Fig. 1 Tapered beam and forces.

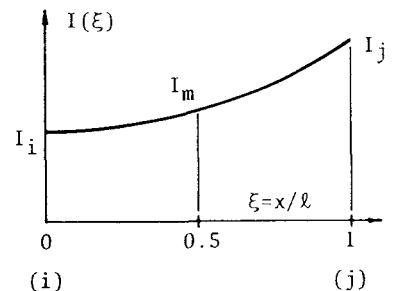


Fig. 2 Approximation.

計算の結果、Fig. 3のように近似度は良好であった。図中、破線は長方形断面の、実線はI形断面の断面2次モーメントの真の値であり、マークをした点が式（6）で計算された近似値である。

3. 最小重量設計の定式化

Fig. 4に示す断面を持つ変断面部材よりなる平面骨組構造物の最小重量設計は、以下のように定式化される。

なお、応力に関する制約条件式においては、問題を簡単にするために局部座屈に関する検討を無視している。

(1) 目的関数：

$$V = \sum_{k=1}^n \ell_k \{ 2 t_k b_k + t_w (h_{ki} + h_{kj}) / 2 \} \rightarrow \min \quad (7)$$

ここで、 n は部材数である。

(2) 制約条件式：道路橋示方書を参考にして、応力および幅厚比に関する制約条件を以下のように考えた。

(a) 応力に関する制約条件式

i) 軸方向力が引張の場合

$$(\sigma_t + \sigma_{bty}) / \sigma_{ta} - 1 \leq 0 \quad (8)$$

$$-\sigma_t / \sigma_{ta} + \sigma_{bty} / \sigma_{bty} - 1 \leq 0 \quad (9)$$

ii) 軸方向力が圧縮の場合

$$\sigma_c / \sigma_{caz} + \sigma_{bty} / \sigma_{bty} - 1 \leq 0 \quad (10)$$

以上を各部材毎に i 端、 j 端両方で検討する。

(b) 幅厚比に関する制約条件式

$$(b - t_w) / (32 t) - 1 \leq 0 \quad (11)$$

ここで、 σ_t 、 σ_c ：軸方向力による引張および圧縮応力度、 σ_{bty} 、 σ_{bty} ：曲げによる引張および圧縮応力度、 σ_{ta} ：許容軸方向引張応力度、 σ_{caz} ：弱軸まわりの許容軸方向圧縮応力度、 σ_{bty} ：局部座屈を考慮しない強軸まわりの許容曲げ圧縮応力度である。

(3) 設計変数： b_k 、 t_k 、 h_{ki} 、 h_{kj} ($k=1 \sim n$)

腹板厚 t_w は、最小板厚としている。

以上の最適化問題を、本研究では汎用最適化プログラムADS(Automated Design Synthesis)⁵⁾を用いて解いた。

4. あとがき

計算例は当日発表するが、本研究の近似解析法は、数値積分で計算した結果と比べて1%以内の誤差であり、計算時間は等断面のみからなる場合とほとんど差がなかった。また、連続桁およびラーメン構造の最小重量設計の結果、変断面部材を用いることにより、等断面部材のみの設計よりかなりの鋼重の軽減をみた。

参 考 文 献

- 1) 杉本博之・菅田紀之・吉岡修治：テーパ付部材を含む平面骨組構造物の解析と最小重量設計について、土木学会北海道支部論文報告集、第43号、Feb. 1987.
- 2) Aristizabal-Ochoa, J.P.: Tapered Beam and Column Elements in Unbraced Frame Structures, ASCE Journal of Computing in Civil Engg., Vol.1, No. 1, Jan. 1987.
- 3) 小松定夫：構造解析学Ⅱ、丸善、1982.
- 4) 森口繁一・他2名：数学公式Ⅰ、岩波書店、1968.
- 5) Vanterplaats, G.N. and H. Sugimoto: A General Purpose Optimization Program for Engineering Design, J. Computers and Structures, Vol.24, No.1, 1986.

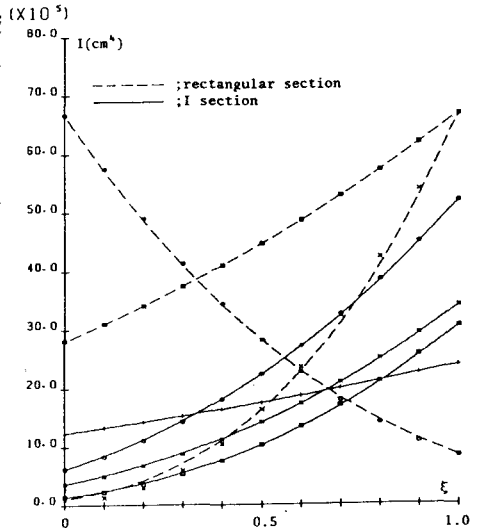


Fig. 3 Real and approximated I value.

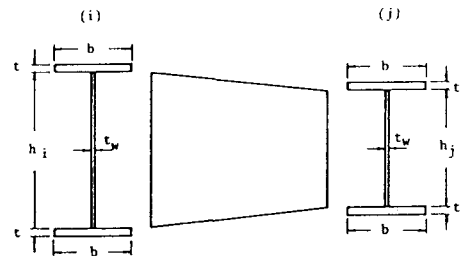


Fig. 4 Variable cross section element.