

世紀東急工業(株) 正会員 ○中 嶋 毅
愛媛大学 工学部 正会員 大久保 禎二

1. まえがき

著者らは、これまでに、双対法によりトラス構造物の各部材の最適断面面積および使用材種を決定する方法に関する研究を行い、その有効性を明らかにしてきたが¹⁾、本研究では、さらにトラス構造物の幾何形状をも最適化する総合的な最適化の方法について基礎的考察を行ったものである。

2. 幾何形状最適化問題の定式化

本研究では、設計変数としてトラス構造物の各部材の断面積 $A = [A_1, A_2, \dots, A_m]^T$ および使用材種 $M = [M_1, M_2, \dots, M_m]^T$ 、形状変数として各格点の高さ $Y = [Y_1, Y_2, \dots, Y_p]^T$ を考慮し、制約条件として各部材の応力に関する制約条件 g_σ を考慮するものとする。また最適化の方法として、文献1で述べた双対法により A, Y, M の最適値を決定することとし、連続変数として A および Y の逆変数 $Z_A = 1/A$ および $Z_Y = 1/Y$ を用いることとする。また離散変数 M については、その変化量 ΔM を設計変数として用いることとする。

まず、設計問題の目的関数 W を ΔM の関数として原設計変数 A および Y の1次の項の和で表わし、さらに制約条件 g_σ を Z_A, Z_Y および ΔM について線形近似した近似の設計問題を導入する。ところで本研究で対象としているような A および Y を同時に設計変数として考慮する設計問題では、目的関数 W を設計変数 A および Y の線形項の和として表現することができない。そこで、本研究では目的関数をテーラー展開し、一次近似値を目的関数として考慮することとした。定数項を省略すると、目的関数の変化量 ΔW は次のような Z_A, Z_Y および ΔM の関数として表現することができる。

$$\Delta W = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^{s_k} [\rho_i(M_i) A_i^0 \sin \alpha_i^0] \frac{1}{Z_{Yk}} + \sum_{i=1}^m \rho_i^0(M_i) \ell_i \frac{1}{Z_{Ai}(M_i)} - \text{CONST} \quad (1)$$

ここに、 s_k : 格点 k に接続している部材の集合、 α_i^0 : 部材 i の傾斜角、CONST: 定数項

$$Z_{Yk} = \frac{1}{Y_k}, \quad Z_{Ai} = \frac{1}{A_i}, \quad M_i = M_i^0 + \Delta M_i$$

また、応力に関する制約条件 g_σ は、 Z_A, Z_Y および ΔM に関して次のように線形近似される。

$$g_\sigma(Z_A, Z_Y, \Delta M) = -\sum_{i=1}^m C_{ij} \cdot Z_{Ai} - \sum_{j=1}^p D_{kj} \cdot Z_{Yk} - \sum_{i=1}^m E_{ij} \cdot \Delta M \quad (2)$$

$$+ [g_\sigma(A^0, Y^0, M^0) + \sum_{i=1}^m C_{ij} \cdot Z_{Ai}^0 + \sum_{k=1}^p D_{kj} \cdot Z_{Yk}^0]$$

ここに、

$$C_{ij} = -\frac{\partial g_\sigma}{\partial Z_{Ai}} = -\frac{\partial |N|_j}{\partial A_i} \cdot \frac{A_i^2}{A_j}, \quad E_{ij} = -\frac{\partial g_\sigma}{\partial M_i}$$

$$D_{kj} = -\frac{\partial g_\sigma}{\partial Z_{Yk}} = -\frac{\partial |N|_j}{\partial Y_k} \cdot Y_k^2 \cdot \frac{1}{A_j}$$

このようにして、式(1)で表わされる ΔW を目的関数とし、式(2)の線形制約条件を有する近似設計問題を導入することができる。

3. 最適化アルゴリズム

2で導入した近似設計問題を文献1)で述べた方法により解く。まず近似設計問題のラグランジュ関数 $L(\lambda, Z_A, Z_Y, M)$ を導入し、これを M を固定して λ について最大化する。この場合、 λ の改良につれて連続変数 Z_A および Z_Y を改良する。次に λ および Z_Y を固定して ΔM および Z_A の改良を行う。このようにして決定した改良解 Z_A', Z_Y', M'

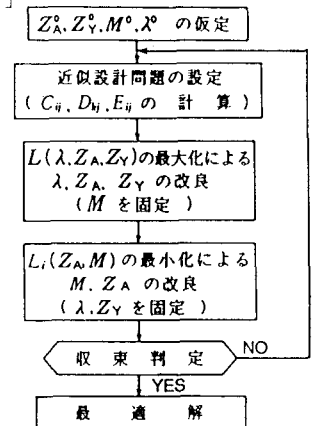


図-1 最適設計アルゴリズム

を用いて再び式(1) および式(2)の近似設計問題を導入し Z_A , Z_Y , M の改良を繰り返すことにより、最適解を決定するものである。以上述べた最適化のアルゴリズムを図-1に示す。

なお、トラス構造物では Y および M の変化が設計空間に及ぼす影響が A と比較して極めて大きいため、本研究では Y の1回当りの許容変化領域を $\pm 10\%$ 以内とする Move Limit の制限を付加している。また M の1回の反復改良において ΔM が変化し得る範囲を、使用材種 M_i^0 に隣接する1ランク上位および1ランク下位の2つの材種に限定している。

4. 設計例及び考察

本研究においては、使用可能材種群 S_M として表-1に示すような7種類の材種を仮定し、この7種類の材種の中から各部材に最適な材種を選択するものとした。2および3で述べた方法により種々の不静定トラスの最小製作費設計を行なったが、図-2に示す31部材トラスの各部材の断面積 A および使用材種 M 、上弦格点の高さ Y を設計変数として考慮した場合に、 A , M が最適解へ収束していく過程を図-3および図-4に示す。応力制限に対して最も不利な材種1を初期値として選んでも、各改良ごとに A , Y および M は確実に改良され、6回の改良ではほぼ最適解の近傍に達し、10回の改良で最終的な最適解を得ている。応力制限によって決定される部材の材種は最適な材種7に改良されている。また最適解において不必要となる部材の断面積は、設定された下限値 0.1 cm^2 に収束し、材種も最も経済的な材種1を選択している。またトラスの形状 Y も曲げモーメントの大きさに従って適切に改良されており、 Y の初期値をすべて5mとしても支間の中央で $Y=8.02\text{m}$ 、支点上で $Y=2.05\text{m}$ となり、部材配置および構造形状ともに合理的な設計となっている。なおこの例では、最適解へ収束させるために Y の変化量を制限する Move Limit の修正は必要としなかった。

上記および種々の設計例より、部材の応力度に関する制約条件のみを考慮する設計問題では、本研究の方法によりトラス構造物の最適部材断面積(最適部材配置)および最適な材種選択のみならず、最適な構造形状をも能率的に決定できることが明らかとなった。

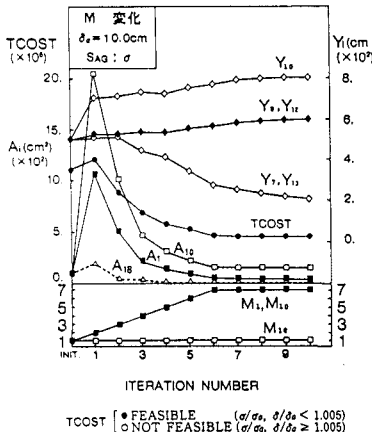


図-4 31部材トラスの収束過程

表-1 使用可能材種群 (S_M)

材種番号	許容応力度 (kg/cm^2)	弾性係数 (kg/cm^2)	ρ ($1/\text{cm}^3$)
1	140	0.4×10^4	0.75
2	200	0.5	1.00
3	400	0.7	1.45
4	850	1.1	2.50
5	1300	1.4	3.20
6	1700	1.7	4.00
7	2400	2.1	5.10

ρ : 部材の単位容積当りの相対的な製作費

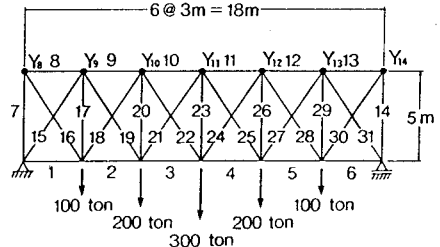
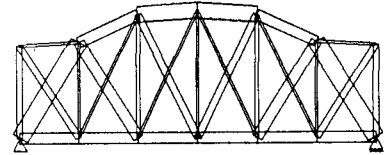
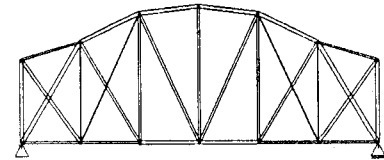


図-2 31部材トラス

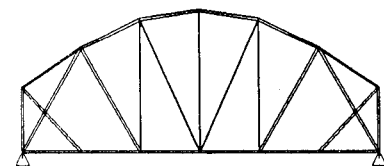
ITE. 1 TCOST. 12148000. YMAX. 705. CM



ITE. 3 TCOST. 8895580. YMAX. 733. CM



ITE. 5 TCOST. 6204370. YMAX. 753. CM



OPT. TCOST. 4490410. YMAX. 802. CM

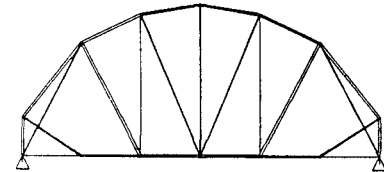


図-3 31部材トラスの幾何形状変化

参考文献[1]S.Ohkubo and T.Nakajima, Optimum structural design with element material selection, Structural engineering & construction, Pergamon Press. Vol 3, pp.1986-1996 January 1986 .