

I-237

境界要素法による落橋防止装置の連結板の応力解析について

名古屋工業大学
名古屋工業大学
名古屋工業大学

学生員 鈴木五月
正会員 後藤芳顯
正会員 松浦 聖

1. まえがき

現在橋梁には、耐震のための落橋防止構造の一つとして、いわゆるピンと連結板による落橋防止装置が用いられている。(図1)従来、この設計法としては、同心円板の内側半円領域と、外側の半円領域に三角関数で仮定された法線方向の力を加えた場合について求めたアイバーの設計式が準用されている。しかしながらこの力学モデルは、実際の落橋防止装置とはかなり異なっている。(図2)そこで本報告では、この落橋防止装置の応力解析の問題を、より実状に即したピンと連結板との接触問題としてとらえ、境界要素法を用いて定式化を行い、さらにこの手法を用い数値計算により力学特性を明らかにして、現設計法に対する考察を行うものである。

2. 計算方法 [1]

一つの弾性体について、物体力を考慮しない2次元弾性問題における境界要素法の基礎方程式は、式(1)であたえられる。

$$\begin{aligned} c_{ij} u_j(P) + \int_{\Gamma} T_{ij}^*(P, Q) u_j(Q) d\Gamma(Q) \\ = \int_{\Gamma} U_{ij}^*(P, Q) t_j(Q) d\Gamma(Q) \quad \dots (1) \end{aligned}$$

ここに、 c_{ij} は、点Pにおける境界の形状を示す係数であり、 $u_j(P)$ は、P点におけるj方向の変位であり、 $u_j(Q)$ 、 $t_j(Q)$ は、Q点におけるj方向の変位と表面力である。また、 $T_{ij}^*(P, Q)$ 、 $U_{ij}^*(P, Q)$ は、Kelvinの基本解であり、Q点におけるj方向の単位荷重に対するP点でのi方向の表面力と変位をそれぞれ表す。次に、2次元弾性体A、Bが、境界 Γ を界して接している問題を考える。(図3)今、物体A、Bの境界を Γ^α ($\alpha = A, B$)で表わすとき、微小変形の仮定のもとでは基礎方程式(2)が、物体 $\alpha = A, B$ について成立する。

$$\begin{aligned} c_{ij}^{\alpha} u_j^{\alpha}(P) + \int_{\Gamma^{\alpha}} T_{ij}^{\alpha*}(P, Q) u_j^{\alpha}(Q) d\Gamma(Q) \\ + \int_{\Gamma^{\beta}} T_{ij}^{\alpha*}(P, Q) u_j^{\beta}(Q) d\Gamma(Q) \\ = \int_{\Gamma^{\alpha}} U_{ij}^{\alpha*}(P, Q) t_j^{\alpha}(Q) d\Gamma(Q) \\ + \int_{\Gamma^{\beta}} U_{ij}^{\alpha*}(P, Q) t_j^{\beta}(Q) d\Gamma(Q) \quad \dots (2) \end{aligned}$$

ただし、 α については、和をとらないものとする。

また、式(2)は、接触条件を考慮するのに便利のように、式(3)で示される座標変換を行った後の式である。

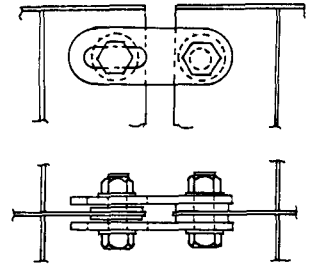


図1 落橋防止装置

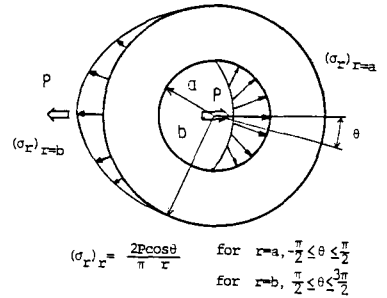


図2 アイバーの力学モデル

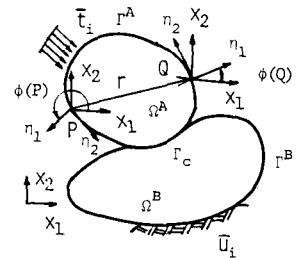


図3 接触問題の定義

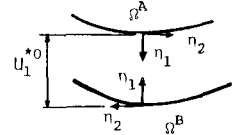


図4 初期すきま

$$\begin{aligned}
 T_{ij}^{*\alpha}(P,Q) &= \beta_{ki}(P) \beta_{lj}(Q) T_{kl}^{\alpha}(P,Q) & u_j^{*\alpha}(Q) &= 1_{jk}(Q) u_k^{\alpha}(Q) \\
 U_{ij}^{*\alpha}(P,Q) &= \beta_{ki}(P) \beta_{lj}(Q) U_{kl}^{\alpha}(P,Q) & t_j^{*\alpha}(Q) &= 1_{jk}(Q) t_k^{\alpha}(Q) \\
 c_{ij}^{*\alpha} &= \beta_{ki}(P) \beta_{lj}(P) c_{kl}^{\alpha} & & \dots (3)
 \end{aligned}$$

ただし、 $\beta_{11} = \beta_{22} = \cos\phi$ $\beta_{21} = -\beta_{12} = \sin\phi$ $\beta_{ki} 1_{kj} = \delta_{ij}$ である。

次に、物体A, Bに対する基礎方程式(2)を連立して解くためには、接触部分での接触条件が必要である。本解析で使った接触条件は、摩擦がない接触を仮定しており、式(4)で示される。

$$u_1^{*A} + u_1^{*B} - u_1^{*0} = 0 \quad t_1^{*A} = t_1^{*B} \quad t_2^{*A} = t_2^{*B} = 0 \quad \dots (4)$$

ただし、 u_1^{*0} は図4に示す様に接触前の2点間の距離である。また、適切な Γ_c を計算する為には、 Γ_c が外力の関数と考えられ未知量であるため、ある外力に対し Γ_c を仮定して反復計算により解く必要がある。本解析に用いたこの為の反復計算法は、離散化された接触境界の一方の端の2節点における接触応力を t_1^{*1} 、 t_1^{*2} 、最大接触応力を t_1^{*} とすると、次に示す通りである。

- $t_1^{*1} < -\Delta$ の場合は接触要素を1つ増すことにする。
- $|t_1^{*1}| < \Delta$ の場合は答とする。
- $t_1^{*1} > \Delta$ 、 $t_1^{*1} * t_1^{*2} < 0$ 、 $|t_1^{*1}| < |t_1^{*2}|$ の場合は接触要素を1つ減らして答とする。
- a, b, c. 以外の場合は接触要素を1つ減らすことにする。

ただし、 Δ はある適当な正の数である。

なお、本解析では、境界を一定要素に分割して基礎方程式(2)の離散化を行いました。

3. 解析結果

一般に、連結板は、ピンとの最大接触応力と、連結板に発生する最大引張応力で設計されているので、これらの応力が、連結板の形状パラメータ $R1/R2$ 、 $R3/R1$ 、 $L1/R1$ についてどのように変化するかについて解析を行った。また、荷重としては、x方向の力Pを半径 $R2$ のピンの重心に作用させた。(図5) その結果、最大接触応力は $R1/R2$ に対し、最大引張応力は $R3/R1$ に対して、それぞれ図6、7に示すように、大きく変化する結果が得られた。また、最大引張応力の発生箇所は $R3/R1$ により多少違うが、ほぼY軸と 15° をなす円孔の内側に発生する結果が得られた。なお、これらの応力のその他のパラメータに対する変化は認められたが、支配的ではなかった。

4. まとめ

本解析の結果、現在設計で用いられている連結板の応力集中係数は、少し過大であることがわかった。また、接触応力の応力集中係数については、 $R3/R1 = 2$ の場合、 $R1/R2 = 1.03$ 以上の範囲でヘルツの値とほぼ一致していることがわかった。(図6) なお、新しい設計法については、今後実験による応力集中係数の確認および弾塑性解析等を行ってから提案して行きたい。

参考文献 [1] Brebbia, C.A. (ed.); Progress in Boundary Element Methods, Volume 2, Pentech Press, (1983)

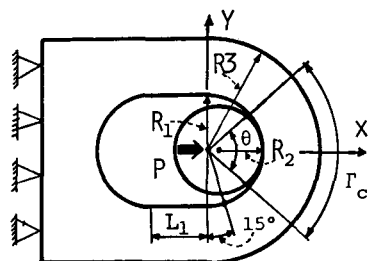


図5 連結板の解析モデル

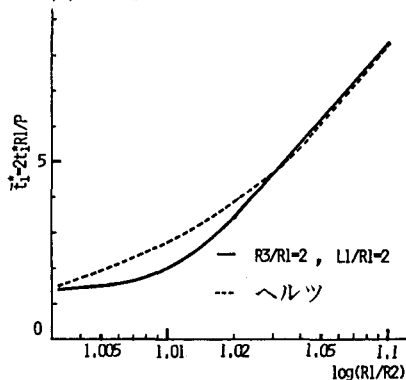


図6 最大接触応力 t_1^* - $\log(R1/R2)$

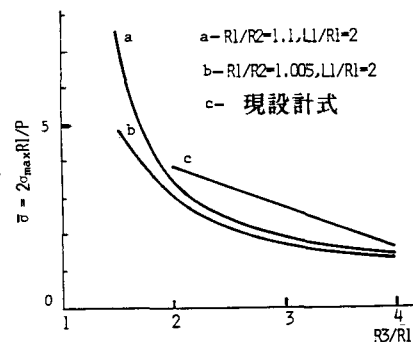


図7 最大引張応力 σ - $R3/R1$