

I-218

感度解析による剛性推定のモデル実験

○ 巴組鐵工所 正員 植野芳彦 東洋大 正員 新延泰生
東洋大 正員 矢島基臣 東洋大 学生員 榎本寛雄

1. まえがき

感度解析手法によれば、既知の応答量にもとずいて構造系の未知剛性を推定することが可能である。すなわち、感度解析はいわゆる逆解析問題に対する一つの解析方法となる。逆解析問題あるいは、同定問題では、構造系が明確な場合、すなわち構造系を表現する数学モデルが明確な場合と不明確な場合とがあり、本論文では構造系が明確な場合を対象としている。また構造系は線形弾性挙動をするものと仮定する。構造系の未知剛性を推定する問題は、構造物の劣化の程度を推定する場合に有効である。本論文では、あらかじめ切り込みをつけた棒材に対して曲げ試験を行い得られた、たわみをもとにして感度解析手法により切り込み部の剛性を逆に推定し、感度解析による剛性推定方法の信頼性を検討するものである。

2. 感度解析による剛性評価方法

変位法による静的な状態方程式は、一般に次のように示される。

$$[K] \{Z\} = \{F\} - \{F_p\} - \{F_{\varepsilon_0}\} \quad (1)$$

ここに $[K]$ は剛性マトリックス ($n \times n$)、 $\{Z\}$ は節点変位ベクトル ($n \times 1$)、 $\{F\}$ は節点外力ベクトル ($n \times 1$)、また $\{F_p\}$ 、 $\{F_{\varepsilon_0}\}$ はそれぞれ分布荷重あるいは温度変化などの初期ひずみによる等価節点ベクトル ($n \times 1$) を表わす。解析変数 X_i , $i = 1, \dots, m$ (断面積, 断面二次モーメント) の微小変動に対して式 (1) の両辺の第一変分をとる

$$[K] \{\delta Z\} + \left[\partial K / \partial X_i \right] \{Z\} \delta X_i = \left\{ \partial F / \partial X_i \right\} \delta X_i - \left\{ \partial F_p / \partial X_i \right\} \delta X_i - \left\{ \partial F_{\varepsilon_0} / \partial X_i \right\} \delta X_i \quad (2)$$

Z を従属変数と考え独立な解析変数 X で表わすと $\{\delta Z\}$ は $\left\{ \partial Z / \partial X_i \right\} \delta X_i$ で示されるので式 (2) は、

$$[K] \left\{ \partial Z / \partial X_i \right\} = \left\{ \partial F / \partial X_i \right\} - \left\{ \partial F_p / \partial X_i \right\} - \left\{ \partial F_{\varepsilon_0} / \partial X_i \right\} - \left[\partial K / \partial X_i \right] \{Z\} \quad (3)$$

となる。式 (3) の左辺の $\left\{ \partial Z / \partial X_i \right\}$ は、 i 部材の解析変数 X の微小変動に対する各接点変位の変動量、すなわち感度係数を示す。

式 (3) は式 (1) とのその形が似ていることから、有限要素法の解法ルーチンがそのまま使え、 $\left\{ \partial Z / \partial X_i \right\}$ が簡単に求められる。

解析変数が $\{X_0\}$ より $\{X\} = \{X_0\} + \{\delta X\}$ へ微小変動した場合、応答 ϕ は近似的に次式で表わされる。

$$\phi = \phi_0 + \{S\}^T X_0 \{\delta X\} \quad (4)$$

ϕ_0 は与えられた解析変数 $\{X_0\}$ に対する、応答を示した $\{S\}^T X_0$ は $\{X_0\}$ に対する感度係数である。ここで式 (4) の線形性を向上させるために、 X の逆数 $R_x = 1/X$ を新たに解析変数とすれば R_x が $\{R_{x0}\}$ より $\{R_x\} = \{R_{x0}\} + \{\delta R_x\}$ へ、変動した場合の応答 ϕ は次のように表わせる。

$$\phi = \phi_0 + \{-S_i X_i^2\}^T X_0 \{\delta R_x\} \quad (5)$$

ここで、各部材要素の剛性変動率を β_i %, 解析変数 X を、部材断面二次モーメント I とし、応答 ϕ として、たわみを考えれば式 (5) は次のように書ける。

$$v_j = v_{j0} + \sum_{i=1}^m \left(\partial v_j / \partial I_i \right)_0 I_{0i} \left\{ \beta_i / (1 + \beta_i) \right\} \quad (6)$$

ここに、 v_j は j 節点での測定たわみ、 v_{j0} は基本構造系 (剛性 I_{0i}) で計算された j 節点でのたわみを示す。式 (6) で測定たわみ v_j を与え剛性変動率 β_i を逆に求めれば推定剛性値 $I_i = (1 + \beta_i) I_{0i}$ が求められる。

3. モデル実験

実験に用いた供試体は $1/2 L$ の部分に切り込み

があるもの（TYPE. A）と、 $1/4 L$ 部分に切り込みがあるもの（TYPE. B）とに分かれ、それぞれの切り込み部分の長さ l は、 $0.2 L$, $0.1 L$, $0.05 L$ の3種類（それぞれ1～3で表わす）断面二次モーメント I_o は、 $0.73 I_o$, $0.51 I_o$, $0.34 I_o$, $0.22 I_o$, $0.13 I_o$ の5種類（それぞれ1～5で表わす）である。以下供試体はTYPE-1-1の形式で表現することにする。これらの供試体に基本系（断面二次モーメント I_o ）を加えた計28本について図1に示すような単純梁の曲げ試験を行った。

鋼材はSM50を使用している。得られた実測たわみ量をもとにして式（6）より切り込み部の剛性を推定した。

（a）切り込み部の位置長さが与えられている場合
推定された切り込み部の断面二次モーメントの値を実寸法から計算した断面二次モーメントと対比して表1に示す。表より切り込み部の長さが長いほどまた断面減少率が大なるほど精度よく推定されていることがわかる。次に切り込み部を長さのない回転ばね要素でモデル化した場合の推定結果を表2に示す。表から局部的に剛性減少率の著しい場合に対しては回転ばね定数で平均的に剛性を評価する方が精度がよいことがわかる。

（b）切り込み部の位置のみが与えられている場合
切り込み部の長さを実長 $0.2 L$ から $0.35 L$, $0.5 L$ と変化させた場合の推定結果を表3に示す。平均的に剛性を評価しても推定精度は良いことがわかる。

（c）梁全体の剛性分布を推定する場合

A-1-1, 3, 4を対象とし切り込み部の長さを実長 $0.2 L$ とした場合の梁全体の剛性分布を推定した結果を表4に示す。実測たわみ量が小さくなるに連れて、切り込み部の剛性推定結果の精度が低下する。また剛性の減少がない切り込み部以外の要素に対しては10～15%の剛性減少となっていることがわかる。

4. まとめ

感度解析手法により構造系の未知の剛性を推定するモデル試験を行った結果、この手法の有効性が判明した。測定誤差が推定結果に及ぼす影響については、当日発表したい。今後は実測データをもとに、更に検討をする予定である。

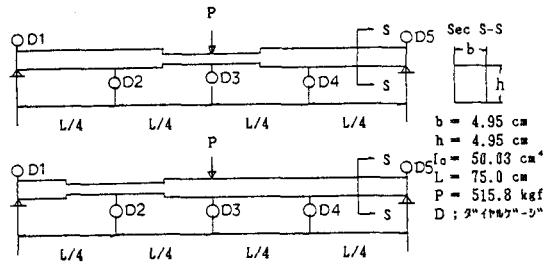


図1 曲げ試験

表1 切り込み部の剛性推定結果

供試体	$(1+\beta_{EST})$	ERROR (%)	供試体	$(1+\beta_{EST})$	ERROR (%)
A-1-1	0.706	- 3.2	B-1-1	0.612	- 16.0
A-1-2	0.489	- 4.4	B-1-2	0.469	- 8.4
A-1-3	0.334	- 2.5	B-1-3	0.317	- 7.5
A-1-4	0.209	- 3.1	B-1-4	0.205	- 5.2
A-2-1	0.658	- 9.7	B-1-5	0.122	- 2.8
A-2-2	0.476	- 7.1	B-2-1	0.535	- 26.7
A-2-3	0.308	- 10.3	B-2-2	0.351	- 31.4
A-2-4	0.197	- 8.9	B-2-3	0.278	- 18.8
A-3-1	0.623	- 14.6	B-2-4	0.182	- 15.6
A-3-2	0.423	- 17.4	B-2-5	0.111	- 11.3
A-3-3	0.269	- 21.5	B-3-1	0.432	- 40.7
A-3-4	0.168	- 22.3	B-3-2	0.341	- 33.5
			B-3-3	0.219	- 36.0
			B-3-4	0.152	- 29.9
			B-3-5	0.094	- 25.0

（注） $ERROR = (I_{EST} - I_{REAL}) / I_{REAL} \times 100$

表2 切り込み部の剛性推定結果
（回転ばね要素）

供試体	$(1+\beta_{EST})$	ERROR (%)
A-1-1	0.944	- 63.0
A-1-2	0.740	- 15.9
A-1-3	0.558	24.0
A-1-4	0.382	66.1
A-2-1	1.000	- 76.2
A-2-2	0.870	- 45.6
A-2-3	0.692	- 3.9
A-2-4	0.522	37.4
A-3-1	1.056	- 87.1
A-3-2	0.952	- 64.7
A-3-3	0.811	- 31.3
A-3-4	0.650	4.8

（注） $ERROR = (k_{EST} - k_{REAL}) / k_{REAL} \times 100$

表3 切り込み部の剛性推定結果
（A-1-4）

切り込み部の長さ	$(1+\beta_{EST})$	ERROR (%)
0.20L	0.209	- 3.1
0.35L	0.282	30.7
0.50L	0.322	49.0

表4 はり全体の剛性分布

供試体	要素 1, 3		要素 2	
	$(1+\beta_{EST})$	ERR (%)	$(1+\beta_{EST})$	ERR (%)
A-1-1	0.776	6.4	0.892	- 10.8
A-1-3	0.359	4.6	0.837	- 16.3
A-1-4	0.215	- 0.4	0.891	- 10.9

