

東京大学 学生員 一宮 利通 東京大学 正員 堀井 秀之
東京大学 正員 西野 文雄 東京大学 正員 長谷川彰夫

1. まえがき 近年、破壊力学をコンクリートに応用する研究が進められている。引張応力の作用により、巨視的クラックの先端において微小クラックからなるプロセスゾーンが形成されることが知られている。コンクリートの破壊現象は、このプロセスゾーンの存在によって複雑となっており、現象は種々の影響因子に左右される。ここでは、プロセスゾーンの力学モデルとしてDugdaleモデルを考え、このモデルに基づいて、コンクリートの破壊現象において支配的な影響因子を調べることを目的とする。

2. 有限クラック先端のプロセスゾーン 図1の(a), (b)の様な無限板中の有限クラックを考えると、クラック先端における応力分布 σ_0 は

$$\sigma_0(r) = \frac{K_{IA}}{\sqrt{\pi r}} \frac{1+r/a}{\sqrt{2-r/a}} \quad (a) \quad \sigma_0(r) = \frac{K_{IA}}{\sqrt{\pi r}} \frac{1}{(1+r/a)\sqrt{2-r/a}} \quad (b) \quad (1)$$

の様になる。ここで K_{IA} はプロセスゾーンがない場合のクラック先端における応力拡大係数である。プロセスゾーンでは、図2に示す歪軟化特性（伝達応力 σ_t と開口変位 δ の関係）とプロセスゾーンの端部で応力が有限であるという2つの条件が成り立っている。図3に示すように問題を2つに分離すれば上の2つの条件は、次のような伝達応力 σ_t に関する積分方程式となる。

$$\int_0^{\ell_p} p g(s, t) [\sigma_t(s) - \sigma_0(\ell_p - s)] ds = \delta_c [1 - \sigma_t(t)/\sigma_c] \quad (2)$$

$$\int_0^{\ell_p} p k(s) [\sigma_t(s) - \sigma_0(\ell_p - s)] ds = 0$$

ここで $g(s, t)$ と $k(s)$ はそれぞれクラック表面に作用する単位集中荷重による開口変位とクラック先端での応力拡大係数であり、有限クラックの場合は次のようになる。

$$g(s, t) = \frac{4}{\pi E} \log \left[\frac{[ct + cs - st - 2c^2 + \sqrt{st(2c-s)(2c-t)}](s-t)}{st - ct - cs - \sqrt{st(2c-s)(2c-t)}(2c-s-t)} \right]$$

$$k(s) = -\sqrt{\frac{2}{\pi s(1-s/2c)}} \quad (3)$$

この方程式を解くと、与えられた荷重に対するプロセスゾーン長と伝達応力の分布が求められる。一般に図4に示されるように、荷重と共にプロセスゾーン長は増大し、限界荷重に達すると主クラックが進展し始める。図1(a), (b)の問題に対する積分方程式において、クラック先端の応力分布 σ_0 のみ異なり、他の項は全て同じである。式(2)解いて得られる結果を図5, 6に示す。ここで ℓ_{pc0} は後で述べる半無限クラックにおける基本限界プロセスゾーン長である。限界荷重 K_{IAc} と限界プロセスゾーン長 ℓ_{pc0} は初期クラック長に依存することが分かる。また、(a), (b)ではその傾向が大きく異なるが、これはクラック先端での応力分布形の違いによるものである。

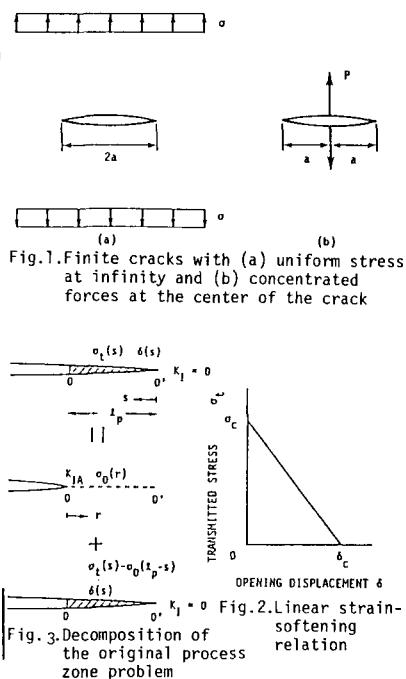


Fig.1.Finite cracks with (a) uniform stress at infinity and (b) concentrated forces at the center of the crack

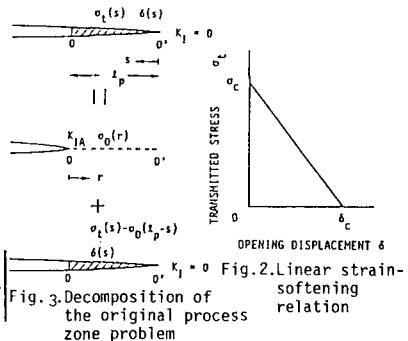


Fig.2.Linear strain-softening relation

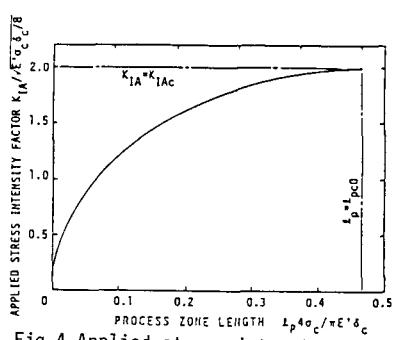


Fig.4.Applied stress intensity factor as a function of process zone length

3. 無限クラック先端のプロセスゾーン 式(1)を r/a に関して展開し、2次以上の項を無視すると

$$\sigma_0(r) = \frac{K_{IA}}{\sqrt{2\pi r}} (1 + \frac{3r}{4a}) (a) \quad \sigma_0(r) = \frac{K_{IA}}{\sqrt{2\pi r}} (1 - \frac{5r}{4a}) (b) (4)$$

の様になる。様々な問題において、応力拡大係数が同じであってもクラック先端の応力分布は異なり、それぞれ r に関して展開し、高次項を無視すれば、クラック先端の応力分布は全て式(4)の様な形で表される。そこで、半無限クラックにおいて、プロセスゾーンがない場合の応力分布が次の形で与えられる場合を考える。

$$\sigma_0(r) = \frac{K_{IA}}{\sqrt{2\pi r}} (1 + \frac{r}{\beta}) \quad (5)$$

ここで β は長さの次元を持つ定数で、これによって様々な場合の応力分布形を与えることができる。式(5)で与えられる応力分布に對して式(3)を満足する伝達応力 σ_t の分布を求める。半無限クラックでは式(3)は、

$$g(s, t) = \frac{4}{\pi E} \log \left| \frac{\sqrt{s} - \sqrt{t}}{\sqrt{s} + \sqrt{t}} \right| \quad k(s) = -\sqrt{2/\pi s} \quad (6)$$

となる。式(5), (6)を用いて式(3)を解く。ここで $r/\beta = 0$ に対する限界プロセスゾーン長を ℓ_{pc0} とすれば、 $\lambda = \ell_{pc0}/\beta$ によってクラック先端の応力分布の違いを表すことができる。結果を図7, 8に実線で示す。また、式(4), (5)の第2項を比較すると、 $\lambda = 3\ell_{pc0}/4a$, $\lambda = -5\ell_{pc0}/4a$ の様になる。これを用いて有限クラックの結果を図7, 8に点線で示す。これらの結果はよく一致している。これは、クラック先端の応力分布の影響のみを含む簡単なモデルを考えることにより、有限クラックの解を予測することができることを示している。

4. 結語 有限クラック先端のプロセスゾーンモデルの定式化を行い、プロセスゾーンの成長を解析した。その結果、限界荷重、プロセスゾーンの限界長が初期クラック長に依存することが示された。また、コンクリートの破壊において支配的影響因子は、クラック先端の応力分布形であることが明かとなった。クラック先端の応力分布形を評価した簡単なモデルを用い、任意の供試体寸法や荷重条件に対応が可能であると考えられる。

参考文献 [1] Kobayashi, A. S., N. M. Hawkins, D. B. Barker, and B. M. Liaw, "Fracture process zone of concrete", Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites, Proceedings of Nato Advanced Research Workshop September 4-7 (1984), 25-48 (1984). [2] Hillerborg, A., "Analysis of one single crack" Fracture Mechanics of Concrete, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Sci. Pub., 223-249 (1983). [3] Li, V. C., and E. Liang, "Fracture processes in concrete and fiber reinforced cementitious composites", J. Engineering Mechanics, 112 (6) 566-586 (1986).

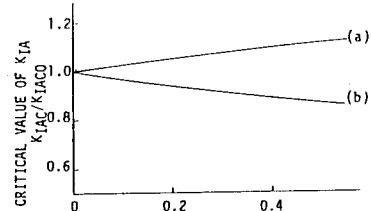


Fig.5.Critical value of the applied stress intensity factor of finite crack

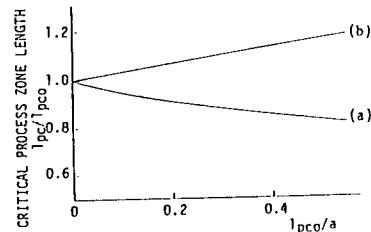


Fig.6.Critical process zone length of finite crack

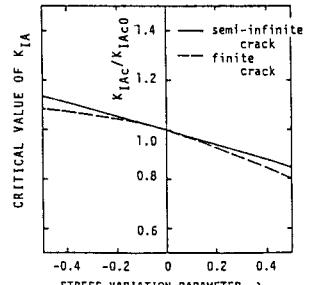


Fig.7.Critical value of the applied stress intensity factor

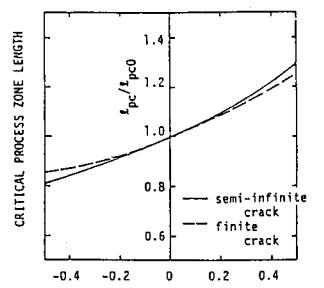


Fig.8.Critical process zone length