

I-106

矩形孔から対称に発生したクラックの応力拡大係数と近似式

名高速道路公社	正員	飯田字朗
名古屋工業大学	正員	長谷部宜男
名古屋工業大学	正員	中村卓次

まえがき

一般に応力集中部にはクラックが発生しやすく、応力集中部に発生したクラックの解析は多くなされている[1]。応力集中部として無限板中に孔を有する形状に限っても、形状として円孔、ダ円孔、三角形孔、正方形孔から発生したクラック等の解析が見受けられる。

ここでは無限板中の矩形孔から対称に発生したクラックについて解析する。矩形孔の角度、クラック長を変化させ、各々の応力分布や応力拡大係数を求める。荷重としてx軸方向無限遠での一様引張荷重を扱う。又、クラック発生前の応力分布を用いて応力拡大係数を求める近似式を示す。さらにこの近似式を用いることによっていくつかのクラック長の応力拡大係数がわかっていれば、逆算によってクラック発生前の応力分布の式が求められることも示す。解析は分数式の和の形の等角写像関数と複素応力関数を用いて行う。[2]、[3]

解法及び結果

クラックのある矩形孔を有する無限領域を単位円外へ等角写像するのに次式のような分数式を用いる。[3]

$$Z = \omega(\zeta) = \zeta \frac{E_k}{\zeta_k - \zeta} + E_0 \zeta + E_c \quad (1)$$

又、複素応力関数 $\Phi(\zeta)$ 、 $\Psi(\zeta)$ を用い、Muskhelishviliの方法によって応力解析をする。解法の詳細は省略する。

ここでは対称性よりモードIIの応力拡大係数は $K_{II}=0$ となる。そしてモードIの応力拡大係数 K_I を次式のように無次元化する。

$$F = \frac{K_I}{P \cdot \sqrt{\pi \cdot (a+b)}} \quad (2)$$

x軸方向無限遠での一様引張荷重Pのもとに矩形孔の角度 $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 120^\circ, 140^\circ, 160^\circ$ 、について各々の角度でクラック長を変化させ応力分布と応力拡大係数を解析した。図-1

に矩形孔の角度 90° 、クラック長 $b/a=0.5$ の場合の応力分布を示す。図-2に矩形孔の角度 $0^\circ, 60^\circ$ 、

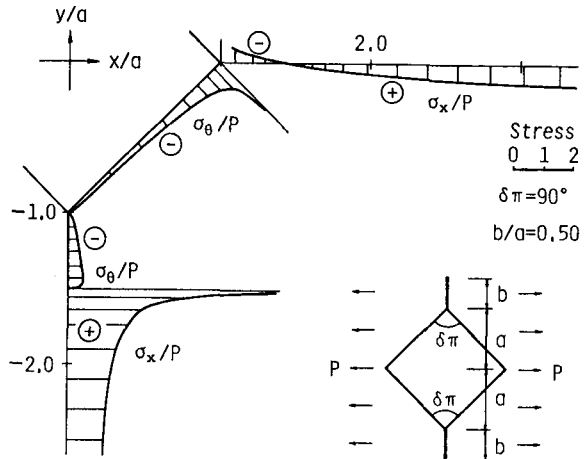


Fig.1 Stress Distributions

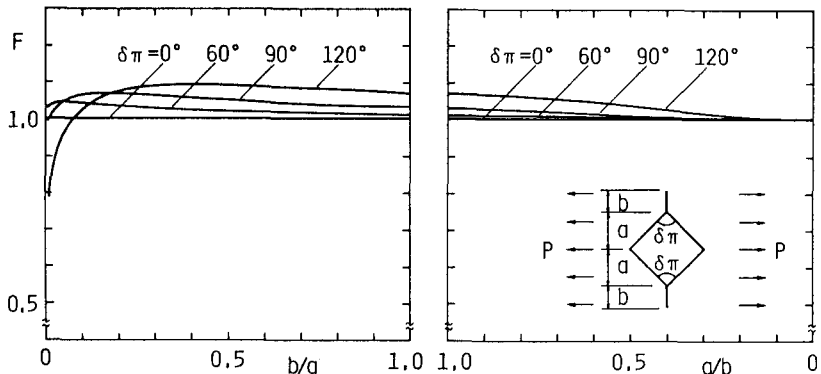


Fig. 2 Nondimensional Stress Intensity Factors

90°, 120° におけるクラックの無次元化した応力拡大係数を示す。表-1 には矩形孔の角度90° の場合のそれを示す。矩形孔の角度0° の場合は無限板中の長さ2(a+b)のクラックに相当するので応力拡大係数は次式のようになる。

$$K_I = \sqrt{\pi(a+b)} P \quad \therefore F = 1.0 \quad \text{--- (3)}$$

図-2より矩形孔から発生したクラックの応力拡大係数が $b/a \rightarrow \infty$ につれて矩形孔の角度0° の場合に漸近するのがわかる。又、漸近の程度について矩形孔の角度90° の場合を例に表-1に示す。

応力拡大係数を求める近似式

応力拡大係数をクラック発生前の応力分布より求める近似式を次式のように表す。

$$K_I = C \cdot \sigma(b) \cdot \sqrt{\pi b} \quad \text{--- (4)}$$

ここでCは係数、 $\sigma(b)$ はクラック発生前の応力分布、bはクラック長である。

クラックの無い場合、矩形孔の隅角部近傍の対称軸上の応力分布は隅角部先端からの距離をrとすると、次式の形で表される。[4], [5]

$$\sigma_x(r) = f_0 \cdot r^{m_1} + f_{02} \cdot r^{m_2} + f_{03} \cdot r^{m_3} + \dots \quad \text{--- (5)}$$

今、隅角部近傍の応力分布について着目すると式-(5)の特異性より、隅角部近傍の応力分布は第1項で近似される。よって式-(4)は矩形孔の大きさaを基準とすると、隅角部近傍の K_I は次式のように表される。

$$K_I = C \cdot f_0 (b/a)^{m_1} \cdot \sqrt{\pi \cdot b} \quad \text{--- (6)}$$

ここで今の場合、式-(5)、(6)の f_0 は無限板中の矩形孔のx軸方向無限遠での一様引張荷重における隅角部の強さを表す[5]。又、Cの値は半無限板の縁の三角形切り欠きから発生したクラックにおいて、一様引張荷重のもとで応力拡大係数を求める近似式に用いた値を使用する[6]。式-(6)より求めた K_I を式-(2)で無次元化した値と解析解との誤差を矩形孔の角度90° の場合について表-1に示す。この表よりクラック長の短い場合はかなりの精度で近似できることがわかる。他の角度についても同じような精度である。これらより式-(6)のCの値は概ね形状や荷重状態が類似していれば隅角部の角度によって決まると考えられる。

次に、ある角度の矩形孔から対称に発生したクラックについて、いくつかのクラック長における応力拡大係数が得られていれば、これらの値と式-(5)の数項までとった式を式-(4)に代入することによって式-(5)の数項までの係数を決めることができる。これより数項までの応力の式が得られる。これはクラック発生前の応力分布を表す。又、任意のクラック長の応力拡大係数を計算することができる。

あとがき

無限板中の矩形孔から対称に発生したクラックを解析し、応力拡大係数を求めた。さらに応力拡大係数を求める近似式を示した。

- [1] Y. Murakami, Stress Intensity Factors Handbook (1986)
- [2] N.I. Muskhelishvili, Some Basic Problems of Mathematical Theory of Elasticity
- [3] N. Hasebe & M. Ueda, Eng. Frac. Mech. 13 (1980) 913-923
- [4] M.L. Williams, Jor. Appl. Mech. 19 (1952) 526-528
- [5] N. Hasebe & J. Iida, Jor. Eng. Mech. 109 (1983) 346-356
- [6] N. Hasebe & J. Iida, Eng. Frac. Mech. 10 (1979) 773-782

C=1.39 , $f_0=0.892$, $m_1=-0.4555$						
$\delta \pi$	b/a (a/b)	Eq (2) (1)	Eq (6) (2)	Error (%) (2)-(1)/(1)	Eq (3) (3)	Error (%) (3)-(1)/(1)
90°	0.0051	0.969	0.980	1.1	1.000	3.2
	0.0134	1.012	1.019	0.7	1.000	-1.2
	0.0207	1.026	1.035	0.9	1.000	-2.6
	0.0478	1.053	1.060	0.7	1.000	-5.0
	0.0950	1.066	1.068	0.2	1.000	-6.2
	0.153	1.070	1.063	-0.7	1.000	-6.5
	0.222	1.068	1.050	-1.7	1.000	-6.4
	0.473	1.053	0.988	-6.2	1.000	-5.0
	0.623	1.045			1.000	-4.3
	0.804	1.037			1.000	-3.6
	(0.976)	1.029			1.000	-2.8
	(0.769)	1.022			1.000	-2.2
	(0.404)	1.008			1.000	-0.8
	(0.322)	1.006			1.000	-0.6
	(0.0)	1.000			1.000	0.0

Table 1. The values of F