

I-103

端部に変位拘束を有する帯板の解析

名古屋工業大学 学生員 筒井 盛治
 名古屋工業大学 正 員 長谷部宣男
 名古屋工業大学 正 員 中村 卓次

1. まえがき 異種材料接合部の応力解析は興味ある問題である。特に剥離がある場合、その先端での応力は重要である。本報告では剛体と弾性体の帯板を図1のように接合した場合の弾性体部の応力解析を行なう。剛体との接合部は変位拘束を受ける剛境界である。剛体との剥離部は自由境界とする。外力は遠方での軸方向引張り

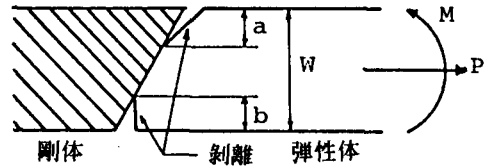


図1

Pと偶力モーメントMを考える。本報告はこのように変位拘束を受ける部分と外力を受ける部分がある平面弾性混合境界値問題であり、その解析には、単位円内に帯状領域を等角写像する有理関数 $\omega(\zeta)$ と複素応力関数 $\phi(\zeta)$, $\psi(\zeta)$ を用いる。この有理写像関数と複素応力関数から剥離の強さ(stress intensity of debonding)を定義する。これを用いることにより剥離の進展について検討できる。本報告では接合部の角度として 60° を選んだが有理写像関数により種々の角度について検討できる。パラメーターとして a/W , b/W , χ を用いる。 a , b は接合部の上端, 下端から発生した剥離の深さ、 W は帯板の幅である。 χ はポアソン比を ν とすれば平面歪状態に対して $3-4\nu$, 一般化した平面応力状態に対して $(3-\nu)/(1+\nu)$ で与えられる。

2. 解法 解法は文献[1]に述べられているのでここでは省略する。

3. 剥離の強さ 図2に示すように剥離の先端を原点にして剛境界をx軸の正部分になるよう座標を選ぶと、剛境界上の応力は剥離先端近くでは次式で表わせる[2, 3]。

上端からの剥離

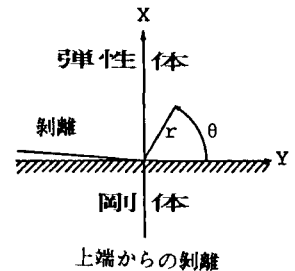
$$\left[\begin{array}{l} \sigma_y = \frac{1+\chi}{r^{0.5}} |\alpha_0| \cos(\theta_0 - \gamma \ln r) \\ \tau_{xy} = -\frac{1+\chi}{r^{0.5}} |\alpha_0| \sin(\theta_0 - \gamma \ln r) \\ \sigma_x = \frac{3-\chi}{r^{0.5}} |\alpha_0| \cos(\theta_0 - \gamma \ln r) \end{array} \right.$$

下端からの剥離

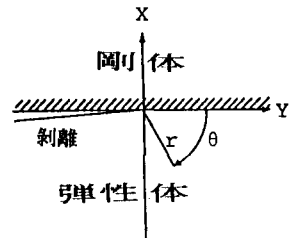
$$\left[\begin{array}{l} \sigma_y = \frac{1+\chi}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos(\theta'_0 + \gamma \ln r) \\ \tau_{xy} = -\frac{1+\chi}{r^{0.5}} |\beta_0| \sin(\theta'_0 + \gamma \ln r) \\ \sigma_x = \frac{3-\chi}{r^{0.5}} |\beta_0| \cos(\theta'_0 + \gamma \ln r) \end{array} \right.$$

ここで $\theta_0 = \arg \alpha_0$, $\gamma = \ln(\chi)/(2\pi)$, $\theta'_0 = \arg \beta_0$

この α_0 , β_0 はき裂に対する応力拡大係数のような値であり、上記の式より $|\alpha_0|$, $|\beta_0|$ が剥離の進展、剥離先端からのき裂発生に関係することが明らかである。そこでこの $|\alpha_0|$, $|\beta_0|$ を剥離の強さ(stress intensity of debonding)と呼ぶ。また上記の式より同じ応力状態に対して α_0 と β_0 が共役な関係となることがわかる。 α_0 , β_0 は次式により与えられる。



上端からの剥離



下端からの剥離

図2 標準化した座標系

$$\alpha_0 = \frac{|\omega'(\alpha)(\alpha - \beta)|^{1-m} g(\alpha)}{\omega'(\alpha)(\alpha - \beta) \cdot \exp \{i(1-m)(\pi + s/2)\}}$$

$$\beta_0 = \frac{|\omega'(\beta)(\beta - \alpha)|^m g(\beta)}{\omega'(\beta)(\beta - \alpha) \cdot \exp \{-im(\pi + s/2)\}}$$

ここで α , β は上端, 下端からの剥離の先端に対応する単位円周上の点である。 $m = 0.5 - i\gamma$ である。 s は単位円の中心角 $\angle \alpha \circ \beta$ を $\circ \beta$ から $\circ \alpha$ に測った角度である。ただし $0 < s < 2\pi$ とする。また $g(\xi)$ は $\phi'(\xi) = (\xi - \alpha)^{m-1}(\xi - \beta)^{-m} g(\xi)$ と表わした場合の $g(\xi)$ である。

4. 考察 図3に偶力モーメントが作用した場合の応力分布を示す。(a), (b), (c) 共に $x = 2$ である。これは平面歪状態では $\nu = 0.25$, 一般化した平面応力状態では $\nu = 1/3$ である。(a)は剥離発生前, (b)は上端からの剥離発生後, (c)は下端からの剥離発生後である。添え字 r, θ は境界に対し法線方向, 接線方向を示す。図4に次の式により無次元化した剥離の強さと剥離深さの関係を示す。

上端からの剥離

$$F_p = \frac{(W - a)^{1.5}}{PW} |\alpha_0|$$

$$F_M = \frac{(W - a)^{1.5}}{M} |\alpha_0|$$

下端からの剥離

$$F_p = \frac{(W - b)^{1.5}}{PW} |\beta_0|$$

$$F_M = \frac{(W - b)^{1.5}}{M} |\beta_0|$$

図4より剥離進展に供ない $|\alpha_0|$, $|\beta_0|$ が無限大になると考えられる。従って剥離が一旦進展し出せば停止することなく破断に至ることがわかる。

〔参考文献〕

[1] 筒井, 中島, 長谷部, 土木学会中部支部昭和61年度研究発表会講演概要集, 12-13

[2] Haseba, Okumura & Nakamura, Int. Jour. Frac. 32(1986)169-183

[3] Haseba, Okumura & Nakamura, Int. Jour. Frac. (printed)

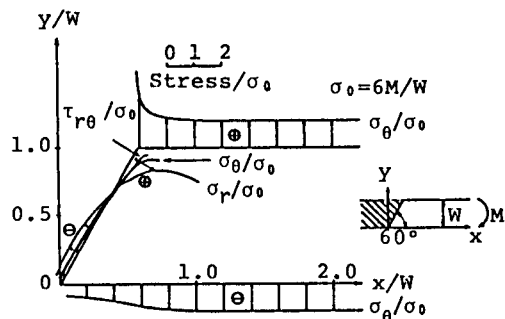


図3 (a) 剥離前の応力分布 ($x = 2$)

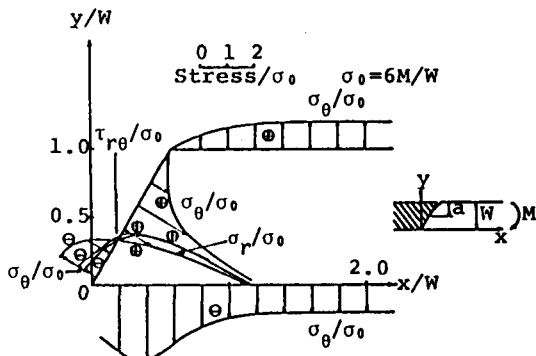


図3 (b) 剥離後の応力分布 (上端, $x = 2$, $a/W = 0.5$)

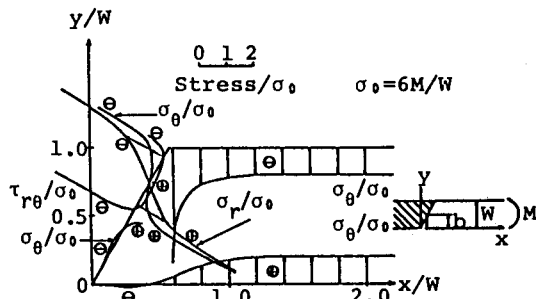


図3 (c) 剥離後の応力分布 (下端, $x = 2$, $b/W = 0.5$)

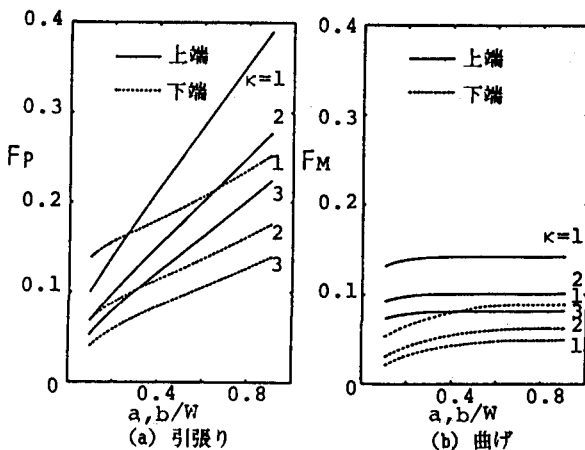


図4 剥離の強さ