Ⅰ-101　構造的曲線直交異方性円板の曲げにおける剛性の評価について

北大工学部　正会員　韮澤憲吉
北大工学部　正会員　芳村　仁
東急建設　正会員　野口　浩

１．まえがき

円板が半径方向と円周方向に多数のリブ（スティフナーまたはストラップ）によって補剛される場合、このような板は、力学的に半径方向と円周方向の直交二方向に異なる剛度をもつ曲線直交異方性を示す。その板としての曲げ剛性は、半径方向と円周方向ともに、デッキプレートの曲げ剛性とリブによる曲げ剛性の両者の和として表わされる。このうち、半径方向の剛度については、デッキプレートの曲げ剛度は一定であるが、リブによる剛度は、その放射状配置のために半径の逆数に比例して変化すると考えられる。すなわち、そのような円板の半径方向の剛度は、定数項と半径の変数項とを合わせたものとして与えられる。

この報告では、そのような構造的に曲線直交異方性を示す円板に横荷重が作用する時の対称曲げ問題において、解析される変形と応力に与えるこのような剛度分布の影響を考察してみたものである。

２．構造的曲線直交異方性円板の解析

補剛円板が曲げをうける場合、その板に生じる曲げモーメントは、一般に、次のような形式で与えられる。

（曲げモーメント）＝（デッキプレートによる項）＋（補剛材による項）

ここで、（デッキプレートによる項）は、板としての曲げの項であり、ポアソン比を含むことになるが、その曲げ剛性はどの方向にも一定な大きさである。また、二項目の（補剛材による項）は、リブによる単位幅あたりの曲げ剛性に曲率を掛けた形式で表わされる。ここで、このリブによる曲げ剛性は、そのリブが円周方向であるならば普通等間隔に配置されるので一定であるが、そのリブが半径方向であるならば外縁に向うにしたがって間隔が大きくなるので、単位幅あたりの平均した剛度としては半径の逆数に比例して減少する量となる。すなわち、半径方向の曲げモーメントは、定剛度に関する第一項と変剛度に関する第二項との和として表現されることになる。

いま一様な分布荷重ｐが円板の全域に作用している場合を考えて、つりあい条件式を誘導すると、デッキプレートの曲げ剛性Ｄ、リブによる円周方向と半径方向の直交二方向の曲げ剛性D_θ 、Ｄｒ を含む微分方程式が得られる。ここで、リブによる半径方向剛度Ｄｒ がｒの関数で1/ｒに比例することから、Ｄｒ ＝（ａ／ｒ）Ｄａ （ここにａは円板の半径で、Ｄａ はその外縁ｒ＝ａにおける半径方向リブによる曲げ剛度）と表わして代入し、無次元座標ρ＝ｒ／ａを定義して導入すれば、基礎方程式は次の様に導かれる。

$$\frac{1}{\rho^2}\frac{d^3w}{d\rho^3}+g\frac{1}{\rho}\frac{d^3w}{d\rho^3}+g\frac{1}{\rho^2}\frac{d^2w}{d\rho^2}-(f+g)\frac{1}{\rho^3}\frac{dw}{d\rho}=\frac{pa^4}{2D_a} \qquad \cdots\cdots\cdots(1)$$

ここで、ｗは円板のたわみで、さらに、この式の中におけるｆは、ｆ＝D_θ ／Ｄａ で定義される直交二方向のリブにおける剛比を表わす。（このような板の場合、半径方向に剛比が変化しているため、外縁の位置ｒ＝ａにおける剛比を基準とした。）また、ｇは、ｇ＝Ｄ／Ｄａ で定義されるデッキプレートとリブとの剛比を表わす。

この基礎方程式において、ρ＝０は微分方程式の確定特異点であるので、Frobenius の方法を用いて、この確定特異点のまわりで級数解が得られる。

$$w=\frac{pa^4}{D_a}\left[A_0+A_2\rho^2+\sum_{n=3}^{\infty}A_n\rho^n+\sum_{n=5}^{\infty}P_n\rho^n\right] \qquad \cdots\cdots\cdots(2)$$

ここに、A_0 とA_2 はこの円板の支持条件によって決められる任意定数で、三項目の係数Ａｎ と特解項の係

数Ｐｎ は順次前の項の係数によって決められる係数で、次のように与えられる。

$$A_{n+1}=\frac{f-gn(n-2)}{(n+1)(n-1)}A_n\ _{(n\geq2)},\quad P_5=\frac{1}{120},\quad P_{n+1}=\frac{f-gn(n-2)}{(n+1)(n-1)}P_n\ _{(n\geq5)} \qquad \cdots\cdots\cdots(3)$$

３．構造的曲線直交異方性円板の変形と応力にあたえる剛比ｇの影響

構造的曲線直交異方性円板の半径方向の剛度は、デッキプレートの曲げ剛性Ｄとリブによる単位幅あたりの剛性Ｄr(外縁においてはＤa)であり、それらの剛比ｇの値が円板の変形と応力に与える影響を解析した。

等分布荷重が満載したときの周辺固定円板の、円板中央に生じる最大たわみwmax とｇとの関係を図１に示す。さらに、固定辺における半径方向曲げモーメントMr の値に及ぼすｇの影響を図２に、円周方向曲げモーメントMθ の最大値に与えるｇの影響を図３に示す。ここで、平板のポアソン比は、0.3 とした。

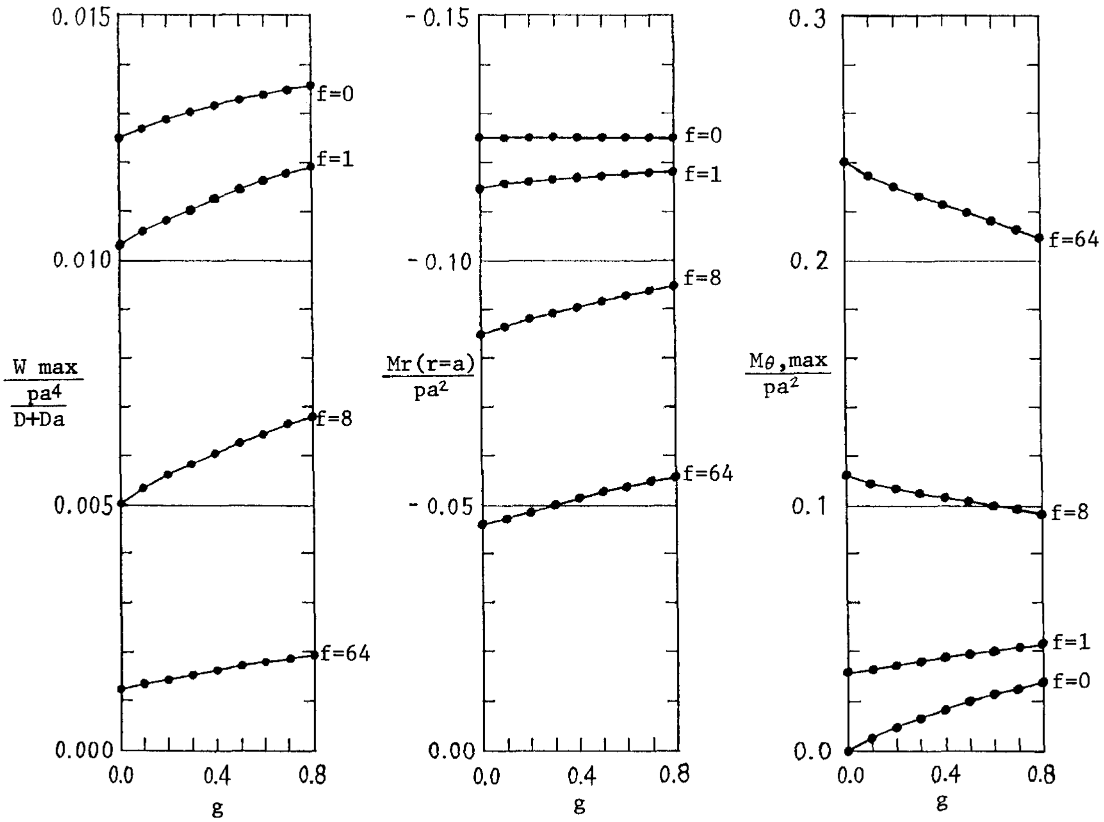

図１．最大たわみと剛比ｇ　　図２．固定辺モーメントと剛比ｇ　　図３．円周方向モーメントと剛比ｇ

これらの図より、剛比ｇの値が及ぼす影響は、変形に関するもの、応力に関するもの、ともにゆるやかで弱いことがわかる。またそれらの分布形状も、解析結果よりたわみ分布またはモーメント分布を各ｇに対して描くと、ほとんど重なり合い同じ形状となることもわかった。ここでは、ｇの値として、0.0 ～0.8 まで考えたが、一枚の平板をリブで補剛するようなタイプの補剛板の場合では、デッキプレートの曲げ剛性とリブによる曲げ剛性の比ｇの値は、実際には、かなり小さな値であることがふつうである。したがって、このような場合、デッキプレートの曲げ剛性を無視し、リブの剛性のみを考慮して（すなわちｇ＝０として）解析しても、そのことが数値結果に与える影響はきわめて微小であると言える。

（参考文献）　1)韮澤憲吉、芳村仁：構造的に曲線直交異方性をもつ円板およびリング板の横荷重による対称曲げ，第36回応用力学連合講演会講演論文抄録集，1986.12