

I-94

組合せ荷重を受ける薄肉I型断面部材の弾塑性有限変位解析

東京エンジニアリング㈱ 正会員○築森 泉
 関西大学工学部 正会員 米澤 博
 関西大学工学部 正会員 堂垣正博

1. まえがき 構造部材として用いられるはりや柱には種々の初期不整が含まれる。初期たわみや残留応力を考慮した部材の終局強度解析は非常に多くなされているが、初期ねじりをも含めた解析は比較的少ないようである。そこで、初期ねじり、水平方向の初期たわみおよび残留応力を有し、軸圧縮力、強軸回りの曲げモーメントが単独で作用する場合、あるいは軸圧縮力、弱軸および強軸回りの曲げモーメントが種々の組合せで同時に作用する二軸対称薄肉I型断面部材の弾塑性有限変位解析を行い、座屈パラメータおよび種々の初期不整が終局強度曲線および終局強度相関曲線などに及ぼす影響を明らかにする。

2. 基礎式 Fig.1 に示すようなフランジ幅 b_f 、厚さ t_f 、腹板高 b_w 、厚さ t_w の二軸対称I型断面で、長さ L の部材に軸方向圧縮力、強軸および弱軸回りの曲げモーメントが同時に作用するはり-柱の終局強度とその相関関係を明らかにするため、次の仮定のもとに解析する。すなわち、①部材は完全弾塑性体でひずみ硬化は考慮しない。②断面内の降伏判定はvon Mises の等価応力で行い、Ziegler の移動硬化則に従う。③フランジおよび腹板の局部座屈は考慮しない。④部材は横断面の寸法に比べ十分に長いものとし、せん断変形による付加変位は考慮しない。⑤塑性化に伴うせん断中心の移動は無視する。⑥2次のそりは考慮しない。

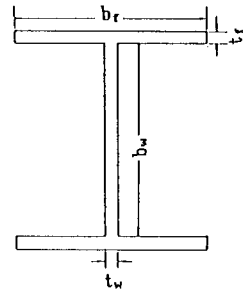


Fig.1

初期たわみおよび初期ねじりを考慮した弾性有限変位場のつり合い式を仮想仕事の原理から誘導し、この式に塑性化による部材の剛性の低下と等価な仮想荷重を付加すると、弾塑性状態のつり合い式

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} &= 0 \\ N_x v_{,xx} - M_{y,x} \phi_{,x} - M_y \phi_{,xx} + M_{z,xx} &= 0 \\ N_x w_{,xx} + M_{z,x} \phi_{,x} + M_z \phi_{,xx} + M_{y,xx} &= 0 \\ W_{cp} N_x \phi_{,xx} + M_{x,x} + M_{z,x} w_{,x} + M_z w_{,xx} - M_{y,x} v_{,x} - M_y v_{,xx} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

が得られる。ここに、 N_x 、 M_z 、 M_y 、 M_x はそれぞれ弾塑性状態での軸力、強軸および弱軸回りの曲げモーメントおよびねじりモーメント、 v 、 w 、 ϕ はそれぞれ弱軸と強軸方向の全たわみおよび全ねじり角で、初期たわみ v_0 、 w_0 および初期ねじり角 ϕ_0 と荷重による付加たわみ v 、 w および付加ねじり角 ϕ の和で与えられる。また、 $W_{cp} = I_{cp}/A$ で、 I_{cp} はせん断中心に関する断面2次極モーメント、 A は断面積である。ただし、コンマに続く添字はそれに関する微分を表す。

両端単純支持で、軸圧縮力、弱軸および強軸回りの曲げモーメントが同時に作用するはり-柱の場合、 $x=0$ 、 L 端における境界条件式は

$$u = \pm u_x, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \phi = 0, \quad v_{,x} = \pm \theta_z, \quad w_{,x} = \pm \theta_y, \quad \phi_{,xx} = 0 \quad (2)$$

となる。ここに、 u は軸方向変位、 u_x 、 θ_z 、 θ_y はそれぞれ両端に加えられる強制的軸方向変位、強軸および弱軸回りの回転角である。また、複号のうち、 $+$ は $x=0$ 端、 $-$ は $x=L$ 端で用いられる。

式(1)の弾塑性状態における断面力 N_x 、 M_z 、 M_y 、 M_x は弾塑性状態の部材を弾性状態と仮定してHookeの法則と非線形のひずみ-変位関係から求められる弾性断面力 N_x^e 、 M_z^e 、 M_y^e 、 M_x^e から仮想断面力 N_x^p 、 M_z^p 、 M_y^p 、 M_x^p を引くことによって求められる。ここに、仮想断面力は弾性断面力に対応する弾性応力から求められるvon Misesの等価応力が降伏点応力を越える場合、その超過応力を断面全体にわたって積分して求められる。

式(1)は非線形方程式であり、厳密解を求めることは極めて難しい。ここでは、式(1)に差分法を適用して非線形連立代数方程式に変換し、修正Newton-Raphson法によってその近似解を求める。また、より少な

い反復回数で収束解が得られるように、Lagrangeの外挿法と加速Jacobi法を用いた。

3. 数値解析結果 広範な数値解析を実施する前に、差分解の精度を調べ、部材をスパン方向に20、フランジおよび腹板の断面を10分割すれば、十分な精度で解の得られることが分かった。以下では、スパン方向に正弦半波の初期たわみと初期ねじりを、フランジおよび腹板とも三角形分布の残留応力を仮定した。また、降伏点応力 $\sigma_p = 2400 \text{ kgf/cm}^2$ 、ヤング率 $E = 2.1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ を用いた。

1) 圧縮力を受ける柱 本解析法では、図心での初期たわみが0での圧縮強度は求められないので、図心での水平方向最大初期たわみ $w_m/L = 1/100000$ とし、初期ねじりによる圧縮縁での水平方向最大初期たわみ w_{ro}/L との和が $1/2000$, $1/1000$, $1/500$ の場合の初期ねじりの相違による終局強度 N_u/N_p と座屈パラメータ $\bar{\lambda}_y = (L/\pi) \sqrt{\sigma_p A/EI_y}$ (EI_y : 弱軸回りの曲げ剛度) との関係はFig.2となる。ここで、 N_p は全塑性軸力での残留応力 $\sigma_r/\sigma_p = 0$ である。図より明らかなように、座屈パラメータ $\bar{\lambda}_y = 1.0$ 付近で初期ねじりの影響が最も大きく現れ、 $\bar{\lambda}_y$ が大きくなるにつれてその影響はほとんどなくなることがわかる。

2) 強軸回りの曲げモーメントを受けるはり 上述の柱と同様、残留応力、水平方向初期たわみと初期ねじりを有し、両端に等しい曲げモーメントが作用するはりの曲げねじり強度 M_{uz}/M_{pz} と座屈パラメータ λ_b の関係はFig.3のようになる。ここに、 $\lambda_b = \sqrt{M_{pz}/M_{cr}}$, M_{pz} : 強軸回りの全塑性曲げモーメント, $M_{cr} = (\pi/L) \sqrt{EI_y(GJ + \pi^2 EI_w/L^2)}$, GJ : ねじり剛度, EI_w : そりねじり剛度である。図から明らかなように、曲げを受けるはりの場合、初期ねじりに伴う圧縮縁の水平方向初期たわみの増加がはりの終局強度を著しく低下させることがわかる。

3) 圧縮力と強軸回りの曲げモーメントを受けるはり一柱 圧縮力と強軸回りの曲げモーメントが同時に作用する部材の終局強度を明らかにするため、 $\bar{\lambda}_y = 0.75, 1.0$, $\sigma_r/\sigma_p = 0.3$ で $w_m/L = 1/1000$, $w_{ro}/L = 0$ と $w_m/L = 1/100000$, $w_{ro}/L = 0.99/1000$ の場合の終局強度相関曲線を描くと、Fig.4, 5のようになる。ここで、縦軸は軸圧縮力 N_x/N_p 、横軸は強軸回りの曲げモーメント M_z/M_{pz} である。図から明らかなように、相関曲線は初期ねじりが小さく水平方向初期たわみの大きい場合の方が、初期ねじりが大きく水平方向初期たわみの小さい場合よりも直線的になる。また、軸圧縮力が卓越する範囲では、初期ねじりが小さく水平方向初期たわみの大きい場合の方が終局強度は低下しているのに対して、強軸回りの曲げモーメントが卓越する範囲では、その反対に初期ねじりが大きく水平方向初期たわみの小さい場合の方が終局強度の低いことがわかる。

なお、その他の結果については講演会当日に発表する。

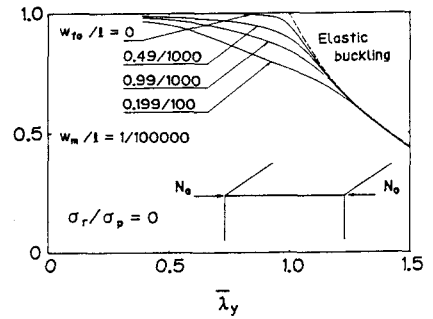


Fig.2

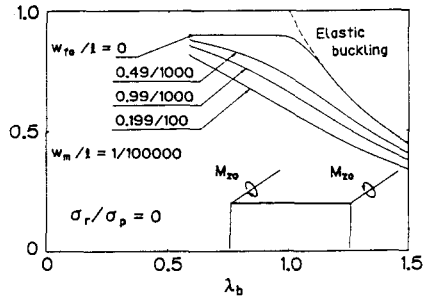


Fig.3

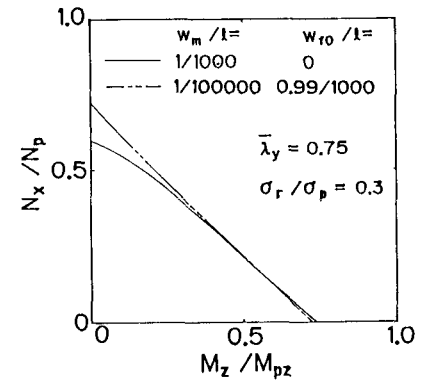


Fig.4

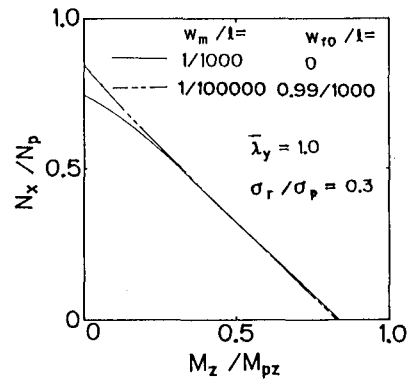


Fig.5