

I-42

ラーメン隅角部腹板の弾塑性有限変位解析

(株)春本鐵工所 正会員○平見 勝洋
 関西大学工学部 正会員 米澤 博
 関西大学工学部 正会員 堂垣 正博

1. まえがき 鋼製ラーメン構造物のはりと柱の接合部、いわゆる隅角部は強度上最も弱点となる場合が多い。隅角部腹板の応力解析や弾性座屈解析は比較的なされているが、これらの理論では初期不整の影響が考えられていない。ここでは、初期たわみと残留応力を有し、はりおよび柱の接合辺に等しい曲げモーメントが作用する場合の弾塑性有限変位挙動を解析し、腹板の縦横比、幅厚比、初期たわみの大きさと形状、残留応力、荷重の作用する方向などが隅角部腹板の応力分布と終局強度に及ぼす影響を明らかにする。解析には差分法を用い、修正Newton-Raphson法により非線形解を求める。

2. 基礎式 Fig. 1 に示す長さ a 、幅 b 、厚さ t の無補剛腹板がはりおよび柱との境界辺に等しい曲げモーメントを受ける場合の弾塑性有限変位挙動をつぎのような仮定のもとに明らかにする。すなわち、① Kirchhoff-Love の仮定、② 腹板は完全弾塑性体からなり、ひずみ硬化は考えない、③ 降伏の判定は von Mises の等価応力により行い、塑性後の降伏曲面は Ziegler の移動硬化則に従う。

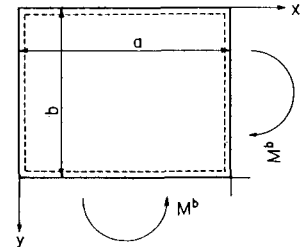


Fig. 1

弾塑性状態における腹板の x 、 y および z 方向の力のつり合い式は、

$$N_x^e, x + N_{xy}^e, y - N_x^p, x - N_{xy}^p, y = 0 \quad (1)$$

$$N_{yx}^e, x + N_y^e, y - N_{yx}^p, x - N_y^p, y = 0 \quad (2)$$

$$M_x^e, xx + 2M_{xy}^e, xy + M_y^e, yy - M_x^p, xx - 2M_{xy}^p, xy - M_y^p, yy + (N_x^e - N_x^p)\bar{w}, xx + 2(N_{xy}^e - N_{xy}^p)\bar{w}, xy + (N_y^e - N_y^p)\bar{w}, yy = 0 \quad (3)$$

となる。ここに、 $\bar{w}$ は初期たわみ w_0 と荷重によるたわみ w の和すなわち全たわみである。上添字 e , p 付きの断面力はそれぞれ弾塑性状態の腹板を弾性状態と仮定して Hooke の法則と弾性有限変位のひずみ-変位関係式から求められる断面力と、断面の塑性化を考慮するために導入した仮想断面力を示す。仮想断面力は前者から求められる von Mises の等価応力が降伏点応力を越える場合、その超過応力を板厚方向に数値積分して求められる。また、コンマに続く添字はそれに関する偏微分を表す。

面内変形に関する境界条件として、門型ラーメンの外縁 $x=0$ 辺あるいは $y=0$ 辺で腹板は柱あるいははりのフランジによって変位が完全に拘束されている場合を考える。同時に、その辺に沿うせん断力は働かないものと仮定する。したがって、 $x=0$ 辺では、

$$u = 0, \quad N_{xy} = 0, \quad (4)$$

となり、 $y=0$ 辺では、

$$v = 0, \quad N_{yx} = 0, \quad (5)$$

となる。また、隅角部腹板とはりあるいは柱との両接合辺には曲げモーメントのみが作用し、膜せん断力や軸方向圧縮力あるいは引張力は作用しないものとする。ここでは腹板とはりあるいは柱の接合辺における変位の連続性を考え、両載荷辺での変位の直線性が保たれるように、曲げモーメントと等価な強制変位を境界辺に与えることにする。したがって、 $x=a$ 辺では、

$$u - u_0 = (b/2 - y)\phi_x, \quad N_{xy} = 0, \quad \int_0^b N_x dy = 0 \quad (6)$$

となる。 $y=b$ 辺では、

$$v - v_0 = (a/2 - x)\phi_y = 0, \quad N_{yx} = 0, \quad \int_0^a N_y dx = 0, \quad \int_0^b N_{xy} dy = \int_0^a N_{yx} dx \quad (7)$$

となる。ここに、 ϕ_x 、 ϕ_y は境界辺 $x=a$ および $y=b$ に直線分布の強制変位を与えるための点 $x=a$ 、 $y=b/2$ および点 $x=a/2$ 、 $y=b$ 回りの面内回転角である。 u_0 、 v_0 は $x=a$ 辺と $y=b$ 辺上において軸方向力がゼロとなるための修正変位で、式(6)、(7)の第3式の条件が与えられる。また、式(7)の第4式は $x=a$ 辺と $y=b$ 辺での曲げモーメントが等しくなるための条件である。

面外変形に対し、腹板がはりと柱のフランジと箱断面の隔壁によって単純支持されているものとする。

以上のつり合い式と境界条件式は非線形連立偏微分方程式であり、この厳密解を求めることは非常に困難である。ここでは差分法を適用し、得られた非線形連立代数方程式を修正Newton-Raphson法で解く、少ない反復回数で解を得るため、Lagrangeの補間法、加速Jacobi法などを用いた。なお、数値解析結果が種々の腹板に適用できるように、つり合い式および境界条件式を無次元化した。

3. 数値解析結果 解析に必要な差分分割数と板厚方向の分割数を決定するため、初期たわみを有する正方形腹板を対象に、分割数と終局強度の関係を調べたところ、 x および y 方向に16分割、 z 方向に12分割すれば、十分な精度の解が得られることがわかった。

幅厚比が腹板の弾塑性有限変位挙動と終局強度に及ぼす影響を明らかにするため、幅厚比60、90、120の正方形腹板を解析する。初期たわみは x および y 方向に1半波の正弦波で、道路橋示方書におけるプレートガーター腹板の初期たわみの制限値 $w_{0max}=b/250$ とした。

$x=a$ 辺に与えられる面内回転角 ϕ_x と荷重曲げモーメント M^b の関係を示すと、Fig. 2が得られる。図中、縦軸は $x=a$ 辺に生ずる荷重曲げモーメントを全塑性モーメント $M_p(=\sigma_p b^2 t/4)$ で除した値、横軸は面内回転角 ϕ_x である。図から明らかなように、幅厚比が大きくなるほど、終局荷重に達した後、急に強度の低下が起こる。常に過酷な荷重状態にあるラーメン隅角部にはねばり強さ、すなわち靱性に富んだ構造形式を採用する必要がある。終局状態に達した後の急激な強度の低下は好ましくない。したがって、終局強度もさることながらその後の変形形状も極めて大切であると思われる。

いずれの腹板においても、降伏は内側隅角点(a, b)から始まり、つぎに、隅角点(a, 0)、(0, b)が降伏する。終局荷重時における塑性域の拡がりを図示すると、Fig. 3となる。幅厚比が大きくなれば、腹板の内部への塑性域の拡がりは押さえられ、ある限られた領域しか現れない。これは腹板が薄くなると、パネルの変形が増え、塑性域が広範囲に拡がる前に不安定になるからである。

初期たわみの大きさが $b/500$ 、 $b/250$ 、 $b/125$ の腹板の終局強度曲線はFig. 4となる。ここに、縦軸は終局曲げモーメントを降伏モーメント $M_y(=\sigma_p b^2 t/6)$ で除した値、横軸には座屈パラメータ $R(b/t \sqrt{(\sigma_p/E) \{12(1-\nu^2)/\pi^2 k\}})$ を用いた。ただし、縦軸の値が1.5は全塑性モーメント $(\sigma_p b^2 t/4)$ である。また、横軸の式の中の k は周辺単純支持されたラーメン隅角部腹板の弾性曲げ座屈係数であり、縦横比1の腹板では $k=17.5$ となる。座屈パラメータ R が大きくなれば、初期たわみの大きさによる終局強度の相違は減少する傾向にある。

なお、腹板に作用する荷重曲げモーメントの方向が逆になった場合やその他の結果については、講演会当日に発表する。

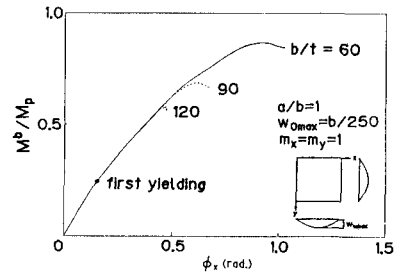


Fig. 2

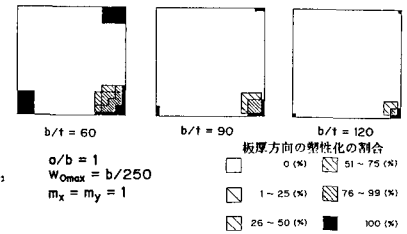


Fig. 3

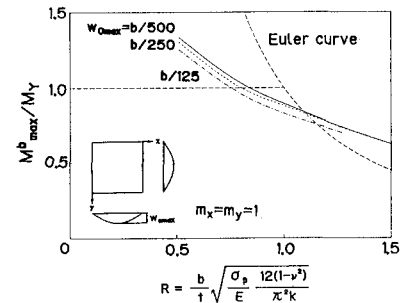


Fig. 4