

I-35

曲げによるせん断変形を考慮した薄肉部材の弾塑性解析

秋田高専 正員 ○ 堀江 保
秋田大学 正員 薄木征三

1. はじめに

本報告は、曲げを受ける薄肉部材の弾塑性状態に対するせん断変形の影響を検討したものである。I形断面あるいは箱形断面を有するはりが曲げを受けた場合、フランジ上の弾性直応力はせん断変形により一定分布せずせん断遅れ現象を呈する。このような場合、ウェブとの接合部での最大直応力は、通常のはり理論より得られる値より大きくなるため、降伏が始まる荷重は、せん断変形を考慮することにより小さくなることが予想される。ここでは、I形断面を有する単純桁を対象に、著者らの展開したせん断変形を考慮した薄肉はり理論¹⁾より直応力分布およびせん断応力分布を求め、それらがVon Misesの降伏条件を満たす時、降伏が始まるものとし、その荷重に対するせん断変形の影響を検討した。数値計算例として、単純桁の中央に集中荷重が作用した場合の種々の寸法比の桁に対する通常のはり理論との比較を示した。さらに、弾塑性状態のはりのフランジおよびウェブの塑性域の広がりを求める手順についても考察を加えた。

2. 解析方法および計算例

せん断変形を考慮した弾性はり理論の直応力 σ 、せん断応力 τ は次式で与えられる²⁾。

$$\sigma = -E x u_b'' \left\{ 1 + \frac{u_s''}{u_b''} \left(1 - \frac{J_y}{x K_{yy}} B_x \right) \right\} \quad \text{--- (1)}, \quad \tau = -\frac{Q_x S_x}{J_y t} \quad \text{--- (2)}$$

ここで、 u_b 、 u_s は各々曲げおよびせん断によるたわみを表し、ダッシュは部材軸方向 z に関する微分を表す。 u_b'' 、 u_s'' は桁形式および荷重状態が決まれば任意の z に対して荷重の関数として与えられる。また、 Q_x はせん断力、 S_x 、 B_x は x に関する座標を表し、 J_y 、 K_{yy} はこれらの座標による断面量で次式のように定義した。

$$S_x = \int_{s_1}^s x t ds, \quad B_x = \int_{s_1}^s S_x / t ds \quad (3) \text{ a, b} \quad J_y = \int x^2 dF, \quad K_{yy} = \int x B_x dF \quad (4) \text{ a, b}$$

これら、 S_x 、 B_x および J_y 、 K_{yy} は横断面形状寸法が決まれば与えられる。

単純桁の中央に集中荷重が作用した場合、図-1に示す2軸対称I形断面の σ 分布、 τ 分布は図のようになる。降伏が始まる時の荷重 P_1 は軸応力 σ が最大値を示す位置の σ と τ がVon Misesの条件を満たすものとして求めた。すなわち、桁中央断面のウェブとフランジの接合部での弾性直応力およびせん断応力を(1)、(2)式より求め、降伏が始まる時のこれらの応力を σ_f 、 τ_f とした時、次式を満たすものとして荷重 P_1 が求められる。

$$\sigma_f^2 + 3 \tau_f^2 = Y^2 \quad \text{--- (5)} \quad Y: \text{降伏応力}$$

荷重 P_1 は結局次式のように求められる。

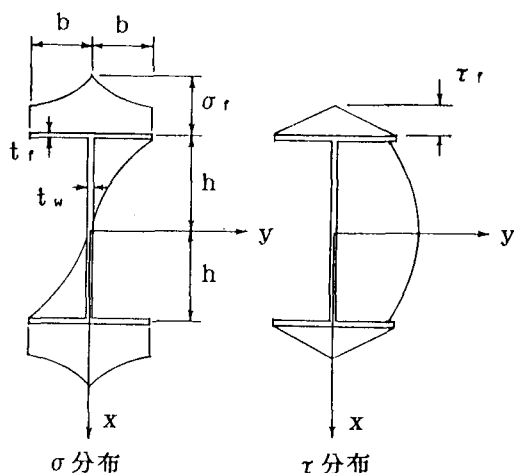


図-1

$$P_1 = \frac{2}{3} t_w h \left(\frac{2h}{l} \right) Y C_1 \frac{1}{P_{1b}} \quad (6)$$

(6) 式において P_{1b} は次式で与えられる。

$$P_{1b} = \sqrt{\frac{1}{4} \left\{ 1 + \frac{C_0}{6 C_2} \sqrt{\frac{E}{G}} \left(\frac{2h}{l} \right) \tanh \frac{kl}{2} (1 + 30 \alpha^3 \beta) \right\}^2 + 3 \left(\frac{2h}{l} \right)^2 \alpha^2 \beta^2}$$

$$C_0 = \frac{84 C_2^2}{\sqrt{210 C_1 C_2 (5 C_1 C_3 - 84 C_2^2)}}$$

$$C_1 = 1 + 6 \alpha \beta$$

$$C_2 = 1 + 10 \alpha \beta + 30 \alpha^2 \beta^2 + 5 \alpha^3 \beta$$

$$C_3 = 17 + 238 \alpha \beta + 1260 \alpha^2 \beta^2 + 2520 \alpha^3 \beta^3 + 140 \alpha^3 \beta + 840 \alpha^4 \beta^2 + 84 \alpha^5 \beta \quad \text{--- (7) a-e}$$

ここで、 $\alpha = b/h$ 、 $\beta = t_f/t_w$ とおいた。

図-2は、断面寸法比が変化した場合の降伏が始まる荷重の計算例である。破線は通常のはり理論より求まる値であり、実線は本解析法による値を示す。また、一点鎖線は降伏条件

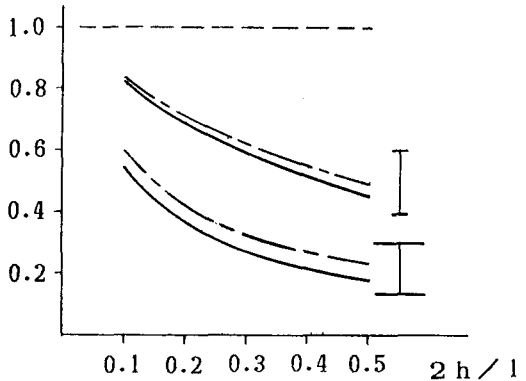


図-2

として $\sigma_f = Y$ を用いせん断応力の影響を無視した場合の値である。計算は、 $\alpha = 1/4$ 、 β の2種類の桁について、スパン長に対する桁高の比 $2h/l$ を変化させて行った。図より、せん断変形を考慮することにより寸法比によってはかなり降伏が始まる荷重が低下することが認められる。

4. 塑性域の広がり

図-3に示すように任意の荷重に対する任意断面位置のフランジ、ウェブの弾性部分の長さを C_f 、 C_w とおき、図のような応力分布を仮定することにより塑性域の広がりが

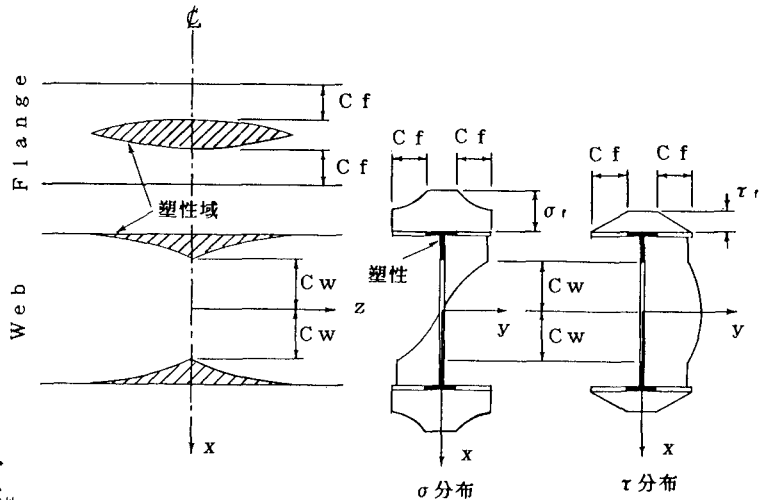


図-3

計算できる。その際、塑性部分は Von Mises の条件を満たす一定応力値 σ_f 、 τ_f を持ち、弾性部分は上述の弾性解を利用した。全断面降伏する時の荷重を P_2 とすると、降伏が始まる上記 P_1 から P_2 の範囲で任意の P を与え、仮定した応力分布を断面内積分して得られる断面力と外力によるものが等しいという条件より任意の z における C_f 、 C_w が求められる。そして、これらよりある荷重における塑性域の広がりが計算できる。

参考文献 1) 稼農、薄木、堀江：せん断変形を考慮した薄肉断面直線ばりの理論、土木学会論文集、No282

2) 堀江、薄木：縦リブを有する箱桁の有効幅について、第39回年次講演会概要集 I-177、1984